

❖ 多少游客

一批旅游者决定分乘几辆大汽车,要使每车有同样的人数.起先,每车乘坐22人,可是发现这时有1人坐不上车.若是开走一辆空车,那么所有的旅游者刚好平均分乘余下的汽车.问原先有多少辆汽车和这批旅游者有多少人?(已知每辆汽车最多容纳32人)

解 设原先有 k 辆汽车,而开走一辆汽车后,留下的每车乘 n 人.我们注意到 $k \geq 2, n \leq 32$. 旅游者人数显然等于 $22k + 1$. 一辆空车走开后,所有的旅游者为 $n(k - 1)$ 人. 所以

$$22k + 1 = n(k - 1)$$

由此

$$n = \frac{22k + 1}{k - 1} = \frac{22(k - 1) + 22 + 1}{k - 1} = 22 + \frac{23}{k - 1}$$

因为 n 是自然数,所以 $\frac{23}{k - 1}$ 必须是整数,但23是素数,又 $k \geq 2$,因此 $k - 1 = 1$ 或 $k - 1 = 23$.

如果 $k = 2$,那么 $n = 45$,不满足题目的条件. 如果 $k = 24$,那么 $n = 23$,满足题目的条件. 在这种情况下,旅游者的人数等于 $n(k - 1) = 23 \times 23 = 529$.