

❖ 飞船运货

装在集装箱里的货物要运到太空站“礼炮号”上,集装箱的数目不少于 35 个,货物的总质量是 18 吨.有七艘“进步号”飞船,每艘载重为 3 吨.已知这些船可同时运走现有集装箱中任意的 35 个.证明:它们可以一次运走现有的全部货物.

证明 质量 $x > 0.5$ 吨的集装箱的个数少于 $18 \div 0.5 = 36$,即不超过 35 个.根据题设,所有这样的集装箱可同时被装上船(必要时还可以添上质量 $x \leq 0.5$ 吨的集装箱,直到总数为 35 个为止).剩下来的只能是“轻的”(质量不大于 0.5 吨)集装箱,我们证明这些集装箱可同时被装上船.

事实上,如果到某一时候,质量 $x \leq 0.5$ 吨的集装箱装不上船,那么这时每艘船均已装了多于 $3 - x$ 吨的货物,这样,所有已经装上船的货物的总质量大于 $7(3 - x)$ 吨,而剩下的货物质量小于 $18 - 7(3 - x) = (7x - 3)$ 吨.但是这时 $x < 7x - 3$,由此得 $x > 0.5$ 吨,这与假设($x \leq 0.5$ 吨)矛盾,所以命题得证.