

❖ 无处停泊

靠岸边的海面划出 10×10 的格子, 在这块水域上停泊船只. 你申请到 10 条船的泊位, 一条 1×4 的船, 两条 1×3 的船, 三条 1×2 的船, 四条 1×1 的船. 在停泊时, 要求两船间没有公共交点, 但是可以和岸边接触. 试证:

(1) 从大船到小船的次序来停泊船只, 这总是可以做到的.

(2) 从小船到大船的次序来停泊船只, 则举例说明有的情形, 大船无处停泊.

证明 (1) 先驶入停泊场的船为 1×4 大船. 注意到它可任意停泊, 且其他船和它无交点. 所以在它的邻边上不驶入任何船就行了. 总之, 它至多占了 10×10 方格中 3×10 方格或 10×3 方格. 余下至少为 7×10 方格或 10×7 方格.

我们称 1×10 方格为一行, 10×1 方格为一列. 所以余下 7 行或 7 列可以任意停放. 它们若不依次相邻, 则停放的自由度更大, 所以我们不妨设它们是 7 列依次相邻的.

放船方式为一条 1×4 的船停放在顶点坐标为 $(0, 0), (0, 4), (1, 4), (1, 0)$ 的长方格中; 两条 1×3 的船停放在顶点坐标为 $(3, 1), (3, 4), (4, 4), (4, 1)$ 的长方格和顶点坐标为 $(5, 6), (5, 9), (6, 9), (6, 6)$ 的长方格中; 三条 1×2 的船停放在顶点坐标为 $(7, 1), (7, 3), (8, 3), (8, 1)$ 的长方格, 顶点坐标为 $(7, 4), (7, 6), (8, 6), (8, 4)$ 的长方格和顶点坐标为 $(7, 7), (7, 9), (8, 9), (8, 7)$ 的长方格中; 四条 1×1 的船停放在顶点坐标为 $(9, 2), (9, 3), (10, 3), (10, 2)$ 的方格, 顶点坐标为 $(9, 4), (9, 5), (10, 5), (10, 4)$ 的方格和顶点坐标为 $(9, 6), (9, 7), (10, 7), (10, 6)$ 的方格, 顶点坐标为

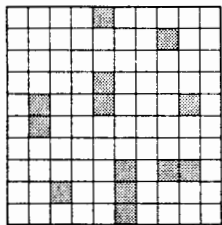


图 1

(9,8), (9,9), (10,9), (10,8) 的方格中.

(2) 图 1 说明 1×4 的船无处可放了.