

❖ 本是同根

有 20 名学生同在一所小学. 其中任何两个学生有相同的祖父或外祖父. 求证: 存在 14 个学生, 他们有一个共同的祖父或外祖父.

证明 一个小孩若有祖父 A 和外祖父 B , 我们说成 (A, B) . 可能还有好几个这样的小孩: 任何其他的小孩必以 A 或者 B 作为祖父或外祖父. 我们当然可以设不是所有的 20 个孩子有一个共同的祖父和外祖父. 于是, 至少有一个孩子他的外祖父不是 B , 对这个孩子来说, 就是 (A, C) . 类似地, 也有一个孩子他的祖父和外祖父不是 A , 由于这个孩子与 (A, B) 及 (A, C) 都有共同的祖父和外祖父, 所以它是 (B, C) . 由此推出: 每一个孩子必是 (A, B) , (A, C) 或 (B, C) 之一. 由于 20 个孩子共有 40 个祖父和外祖父, 重复的也计算在内. 由抽屉原理, A, B, C 中至少有一个至少是 14 个孩子的祖父或外祖父.