❖理想婚姻

社会学家认为:理想的婚姻是互补型的,于是一位搞数学的先生开办了一个婚姻介绍所,他首先把每个登记的男女青年赋以5项指标,即身高、相貌、收入、爱好、职业,然后制定一个标准,达到后将该项计为1,否则记为0.这样就可以比较两个人的差异程度,如相似则记0,相异记为1,定义5项指标和差异程度

之和为差异度，现在他想找一组差异度大于 2 的成员，问这组最多可含多少成员.

解　此问题用数学语言描述即为：对集合 $S = \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid a_i = 0$ 或 $1, i = 1,2,\cdots,5\}$ 中的任意两个元素 $\{\overline{a_1}, \overline{a_2}, \cdots, \overline{a_5}\}$ 和 $\{\overline{b_1}, \overline{b_2}, \overline{b_3}, \cdots, \overline{b_5}\}$. 定义它们之间的距离为 $|\overline{a_1} - \overline{b_1}| + |\overline{a_2} - \overline{b_2}| + \cdots + |\overline{a_5} - \overline{b_5}|$. 取 S 的一个子集，使此子集中任意两个元素之间的距离大于 2，这个子集中最多含有多少个元素？这个子集中最多含有 4 个元素，为方便计，在集合 S 中我们称 $a_i(i = 1, 2,3,4,5)$ 为元素 $A(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ 的第 i 个分量，显然集合 S 中任意两个距离大于 2 的元素，至多有两个同序号分量相同.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
A_1	1	1	0	0	0
A_2	0	0	0	1	1
A_3	1	0	1	0	1
A_4	0	1	1	1	0

如上表所示，存在 S 的一个子集，它含有元素 A_1, A_2, A_3, A_4，任意两个元素间的距离大于 2.

以下用反证法证明在 S 的子集中，欲使任意两个元素间距离都大于 2，所含元素不得超过 4 个，假设有一个 S 的子集，存在 5 个元素 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5，任意两个元素间距离大于 2.

根据抽屉原则，至少有三元素第一分量相同（因每一分量只能是 1 或 0），不妨设为 B_1, B_2, B_3，第一分量都为 1. 又 B_1, B_2, B_3 中至少有两元素第二分量相同，不妨设为 B_1, B_2，第二分量都为 1. 如下表，对于 B_1, B_2，若还有一对分量相同，则导致矛盾，否则其他分量分别为 1,1,1,0,0,0，那么 B_3 的第三、四、五个分量必与 B_1 或 B_2 有两对相同分量导致矛盾.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
B_1	1	1	1	1	1
B_2	1	1	0	0	0
B_3	1				
B_4					
B_5					