

算术和数论 (Arithmetic & Number theory)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
+	加号;正号	plus; positive	例如, +2 即正 2; $a+b$ 即 a 与 b 相加	正号常可略去不写
-	减号;负号	minus; negative	例如, -1 即负 1; $a-b$ 即 a 与 b 的差	
±	正或负; 加或减	positive or negative; plus or minus	例如, ±2, 即正 2 或负 2; $a±b$ 即 a 加或减 b	
∓	负或正; 减或加	negative or positive; mi- nus or plus	例如, ∓2 即负 2 或正 2; $a∓b$ 即 a 减或加 b	
×, ·	乘号	multiple sign	例如, $2×3$ 即 2 乘 3; $a·b$ 即 a 乘 b	乘号在括号前或字母 间常可略去
÷, -, /	除号;分 数(式)线	sign of division, fraction stroke	$a÷b$, $\frac{a}{b}$, a/b , 即 a 除以 b , b 分之 a	
:	比	ration	$a:b$ 即 a 比 b	
	整除	exact division	$a b$ 即整数 a 整除整数 b	
∤	不能整除	nonaliquot	$a∤b$ 即整数 a 不能整除整数 b	
	限界整除	bound exact division	$a^k b$ 即 a^k 能整除 b , 但 a^{k+1} 不能整除 b	$a^k b$, 且 $a^{k+1}∤b$
[, …,]	最小公倍数	least common multiple	$[a_1, a_2, …, a_n]$ 表示整数 $a_1, a_2, …, a_n$ 的最小公倍数	亦可用 LCM 表示
(, …,)	最大公约数	greatest common divisor	$(a_1, a_2, …, a_n)$ 表示整数 $a_1, a_2, …, a_n$ 的最大公约数	亦可用 GCD 表示
a^n	a 的 n 次 方(幂)	a to the power n	例如, 5^4 即 5 的 4 次方(幂)	当 $n=2, 3$ 时, 分别称 平方、立方
$\sqrt{\quad}$	平方根号	square root sign	\sqrt{a} 即 a 开平方	
$\sqrt[n]{\quad}$	n 次根号	n -th root sign	$\sqrt[n]{a}$ ($n≥2$) 即 a 开 n 次方	当 $n=3$ 时, 称 a 开立 方
	绝对值;模	absolute value; modules	$ a $ 表示 a 的绝对值或模	亦可用 $\text{abs } a$ 表示
=	等号	equal sign	$2+3=5$	
≠	不等号	inequality sign	$2+3≠4$	
≡	恒等号	identity symbol	$a≡b$ 即 a 恒等于 b	
<	小于	less than	$a<b$ 即 a 小于 b	
>	大于	greater than	$a>b$ 即 a 大于 b	
≧	大于或小于	greater than or less than	$a≧b$ 即 $a>b$ 或 $a<b$	
≦	小于或大于	less than or greater than	$a≦b$ 即 $a<b$ 或 $a>b$	
≤	小于或等于; 不大于	less than or equal to	$a≤b$ 即 a 小于或等于 b , 或 a 不大于 b	一般不用符号“≤”
≥	大于或等于; 不小于	greater than or equal to	$a≥b$ 即 a 大于或等于 b , 或 a 不小于 b	一般不用符号“≥”
≪	远小于	much less than	$a≪b$ 即 a 远小于 b	
≫	远大于	much greater than	$a≫b$ 即 a 远大于 b	
≈	约等于	approximately equal	$a≈b$ 即 a 约等于 b	曾用 \cong , 现已不用
≅	相当于	equivalent to	$1\text{ cm}≅10\text{ km}$ 表示图上 1 cm 相当于实际距离 10 km	曾用 \simeq , 现已不用
∝	成正比	is direct ratio to	$a∝b$ 表示 a 与 b 成正比	
~	数值范围	numerical range	例如, $5\sim10$ 即由 5 至 10	现已不用“—”
.	小数点	decimal point	例如, 8.59 即 8 又 100 分之 59	小数点记于个位数字 后的下足
· ·	循环小数	recurring decimal	$2.4\dot{2}3\dot{1}$ 即 2.423 123 123 1…	记于循环节的首末位 数字上方

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
%	百分号	sign of percent	例如, 5% 即百分之五, 亦即 5/100	
‰	千分号	sign of permillage	例如, 5‰ 即千分之五, 亦即 5/1000	
()	圆括号	parenthesis	例如, 5-(2+1)	亦称小括号
[]	方括号	square brackets	例如, 3[5-(2+1)]	亦称中括号
{ }	花括号	brace	例如, 2{3[5-(2+1)]-2}	亦称大括号
—	括线	vinculum	例如, $(8-2 \times 3) \div 2$, 以 8-2 的差乘 3...	相当于小括号
∞	无穷大	infinity	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$ 即函数 $\frac{1}{x}$ 当 x 趋近于 0 时无限地增大	亦称无限或无限大
$\stackrel{\text{def}}{a=b}$	a 以 b 为定义	a is definition equal to b	例如, $a \stackrel{\text{def}}{=} b^n$ 即用 b^n 代表 a	亦可用 $a \stackrel{d}{=} b$ 或 $a : = b$ 表示
d	公差	common difference	等差数列任相邻两项之差(后项减前项)均相等, 这个共同的差 d 称为此数列的公差	
q	公比	common ratio	等比数列任相邻两项之比(后项比前项)均相等, 这个共同的比 q 称为此数列的公比	
S_n	数列前 n 项和	sum of the first n terms	例如, 等差数列 $a, a+d, \dots, a+(n-1)d, \dots$, 前 n 项之和 $S_n = na + \frac{n(n-1)}{2}d$	
Δ	判别式	discriminant	例如, 实系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	利用 Δ 可判别该方程根的状况
$E(x), [x]$	整数部分记号	symbol of integral part	表示不超过 x 的最大整数. 例如, $[1.2] = 1, [-1.2] = -2$	亦记为 $\text{ent}(x)$, 来自法文 entier
$\{x\}$	小数部分记号	symbol of decimal part	$\{x\}$ 只能是 0 或正的纯小数, 它满足: $0 \leq \{x\} < 1$, 例如, $\{1.2\} = 0.2, \{-1.2\} = 0.8$	亦称分数部分记号, 亦记为 $\{x\}$
$\sum_{n \leq x}$	整数求和号	sign of integers summation	对不超过 x 的正整数 n 求和. 例如, $\sum_{n \leq 6} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$	
$\sum_{n < x}$	整数求和号	sign of integers summation	对小于 x 的正整数 n 求和. 例如, $\sum_{n < 6} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$	
$\sum_{p \leq x}$	素数求和号	sign of prime number summation	对不超过 x 的素数 p 求和. 例如, $\sum_{p \leq 7} p = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$	
$\sum_{p < x}$	素数求和号	sign of prime number summation	对小于 x 的素数 p 求和. 例如, $\sum_{p < 7} p = 2 + 3 + 5 = 10$	
$\sum_{d n}$	除数求和号	sign of divisor summation	对 n 的所有不同因子 d 求和. 例如, $\sum_{d 6} d = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$	
$\prod_{d n}$	除数求积号	sign of divisor mensuration	对 n 的所有不同因子 d 求积. 例如, $\prod_{d 6} d = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$	
$\sum_{p n}$	素除数求和号	sign of prime divisor summation	对 n 的所有不同素因子 p 求和. 例如, $\sum_{p 6} p = 2 + 3 = 5$	
$\prod_{p n}$	素除数求积号	sign of prime divisor mensuration	对 n 的所有不同素因子 p 求积. 例如, $\prod_{p 6} p = 2 \cdot 3 = 6$	
$\sum_{i=1}^n$	总和号	sign of grand sum	求对 x_i 从 x_1 连加到 x_n 的总和, 即 $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$	
$\prod_{i=1}^n$	连乘号	sign of continued product	求对 x_i 从 x_1 连乘到 x_n 的积, 即 $\prod_{i=1}^n x_i = x_1 x_2 \dots x_n$	
$a \equiv b \pmod{n}$	模 n 同余	congruence modulo- n	用 n 除 a 及 b 所得余数相同	
$a \not\equiv b \pmod{n}$	模 n 不同余	non-congruence modulo- n	用 n 除 a 及 b 所得余数不同	
\equiv	恒等同余	identity congruence	$f(x) \equiv g(x) \pmod{p}$, 即整系数多项式 f 与 g 的对应系数均模 p 同余	亦可记为 $f(x) \equiv_x g(x) \pmod{p}$
$\not\equiv$	不恒等同余	non-identity congruence	$f(x) \not\equiv g(x) \pmod{p}$, 即 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的对应系数均模 p 不同余的	亦可记为 $f(x) \not\equiv_x g(x) \pmod{p}$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$a^{-1}(\text{mod } n)$	模 n 的逆	inverse of modulo- n	与 a 相乘后用 n 除余数是 1 的整数. 例如, $2^{-1}(\text{mod } 5) = 3, 3^{-1}(\text{mod } 4) = 3$	这是一个同余类
$r \text{ mod } n$	模 n 的同余类	congruence class of modulo- n	包含 r 的模 n 的同余类. 例如, $2(\text{mod } 5) = \{\dots, -8, -3, 2, 7, 12, \dots\}$	亦称剩余类
\mathbb{Z}_n	剩余类环	residue class ring	模 n 的全体剩余类对类的加法和乘法组成的环	
$\left(\frac{a}{p}\right)$	勒让德符号	Legendre's symbol	$\left(\frac{a}{p}\right) = \begin{cases} 1, & p \nmid a, \text{ 且 } a \text{ 是二次剩余 } (\text{mod } p) \\ -1, & p \nmid a, \text{ 且 } a \text{ 是二次非剩余 } (\text{mod } p) \\ 0, & p \mid a \end{cases}$	p 为奇素数, a 为整数
$\left(\frac{a}{m}\right)$	雅可比符号	Jacobi's symbol	$\left(\frac{a}{m}\right) = \prod_{i=1}^k \left(\frac{a}{p_i}\right)$ ($m = p_1 p_2 \dots p_k, p_i$ 为素数, $(m, a) = 1$)	当 m 为奇素数时即勒让德符号
$\left(\frac{d}{m}\right)$	克罗内克符号	Kronecker's symbol	$\left(\frac{d}{m}\right) = \prod_{r=1}^v \left(\frac{d}{p_r}\right)$ (d 为非平方数, p_r 为素数, $m = \prod_{r=1}^v p_r$)	
$d(n)$	除数函数	divisor function	$d(n)$ 表示 n 的正因子的个数. 例如, $d(12) = 6$	亦可用 $\tau(n)$ 或 $T(n)$ 表示
$d_k(n)$	广义除数函数	generalized divisor function	$d_k(n) = \sum_{n_1 n_2 \dots n_k = n} 1 = \sum_{m \mid n} d_{k-1}(m)$	
$\sigma(n)$	除数和	sum of divisor	表示正整数 n 的所有正因数的和. 例如, $\sigma(6) = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$	亦可用 $S(n)$ 表示
$\sigma_\lambda(n)$	广义除数和	generalized sum of divisor	$\sigma_\lambda(n) = \sum_{d \mid n} d^\lambda$. 例如, $\sigma_3(4) = 1^3 + 2^3 + 4^3$	$\sigma_0(n) = d(n)$ 为除数函数; $\sigma_1(n) = \sigma(n)$ 为除数和
$P(n)$	正因数之积	product of positive divisors	$P(n) = \prod_{d \mid n} d$. 例如, $P(6) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$	
$\Phi(n)$	欧拉函数	Euler's function	表示小于正整数 n , 且与 n 互素的正整数的个数. 例如, $\Phi(6) = 2$	亦可记为 $\varphi(n)$
$\mu(n)$	默比乌斯函数	Möbius function	$\mu(n) = \begin{cases} 1, & \text{当 } n=1 \text{ 时,} \\ 0, & \text{当 } n \text{ 能被素数的平方整除时,} \\ (-1)^r, & \text{当 } n \text{ 为 } r \text{ 个相异素数之积时} \end{cases}$	
$\Lambda(n)$	曼戈尔特函数	Von Mangoldt function	$\Lambda(n) = \begin{cases} \ln p, & n \text{ 为素数 } p \text{ 的正乘方;} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$	
$\Lambda_1(n)$	曼戈尔特函数 I	Von Mangoldt function I	$\Lambda_1(n) = \begin{cases} \frac{1}{m}, & \text{若 } n \text{ 是一素数的 } m (> 0) \text{ 次乘方,} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$	
$\omega(n)$	相异素因数个数	different prime factor numbers	例如, $\omega(24) = \omega(2^3 \cdot 3) = 1 + 1 = 2$, 即 24 有 2 个不同的素因数	
$\Omega(n)$	素因数个数	prime factor numbers	表示正整数 n 的所有素因数的个数. 例如, $\Omega(24) = \Omega(2^3 \cdot 3) = 3 + 1 = 4$	
$\lambda(n)$	刘维尔函数	Liouville's function	$\lambda(n) = (-1)^{\Omega(n)}$	
$\pi(x)$	素数个数符号	symbol of the prime numbers	表示不超过正实数 x 的素数个数. 例如, $\pi(10) = 4$	
$\chi(n)$	特征函数	characteristic function	对模 m 之一特征 $\chi(n)$ 仅在 $(n, m) = 1$ 时有定义, 且 $\chi(1) \neq 0$; 若 $a \equiv b (\text{mod } m)$, 则 $\chi(a) = \chi(b)$; $\chi(ab) = \chi(a)\chi(b)$	若 $(n, m) > 1$ 时, 则 $\chi(n) = 0$
$p(n)$	整数分拆函数	integral partition function	把正整数 n 分成若干个正整数的和, 称为 n 的一种分拆, 以 $p(n)$ 表示分拆的种数. 例如, $p(4) = 5$. 若限定分拆中的加数不超过 r , 则这类分拆数以 $p_r(n)$ 表示	
$\bar{U}(n)$	奇分拆	odd partition	$\bar{U}(n)$ 为把 n 分为奇数个互异数之和的分拆数	
$E(n)$	偶分拆	even partition	$E(n)$ 为把 n 分为偶数个互异数之和的分拆数	
$N(m)$	模 m 的矩	moment of module m	将所有线性型依 $\text{mod } m$ 分类, 则分类的个数称为模 m 的矩. 若模 m 对应于方阵 A , 则 $N(m) = \det A$	
$\vartheta(x)$	切比雪夫函数	Chebyshev function	$\vartheta(x)$ 表示对不大于 x 的素数的对数求和	
$\psi(x)$	切比雪夫函数	Chebyshev function	$\psi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) = \sum_{p^m \leq x} \ln p$, 而 $\Lambda(n)$ 为曼戈尔特函数	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\zeta(s)$	黎曼 ζ 函数	Riemann ζ -function	$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, 其中 s 为实部大于 1 的复数	
∂°	多项式的次数	degree of a polynomial	$\partial^\circ f = n$, 表示多项式 $f(x)$ 的次数为 n	亦可表示成 $\deg f = n$
$\max(\)$	最大数	maximum number	$\max(a, b, \dots, c)$ 即 a, b, \dots, c 中的最大数	
$\min(\)$	最小数	minimum number	$\min(a, b, \dots, c)$ 即 a, b, \dots, c 中的最小数	
\underline{L}	左结合	left association	$A \stackrel{L}{=} B$ 表示存在模方阵 U , 使 $A = UB$, 并称方阵 B 左结合于方阵 A	
$[\dots]$	有限连分数	finite continued fraction	$[a_0, a_1, \dots, a_N] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots + \frac{1}{a_N}}}$, 即有理数化成的连分数	无理数化成的连分数为无限连分数
Δ	判别式	discriminant	$\Delta(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 表示 a_1, a_2, \dots, a_n 的判别式; $\Delta = \Delta(R(\theta))$ 表示代数数域 $R(\theta)$ 的判别式	
$\text{ind } n$	指数	index	如果 $n \equiv g^a \pmod{m}$, 则称 a 为 n 对于模 m 且以 g 为底的指数, 记为 $a = \text{ind}_g n$, 简记为 $\text{ind } n$	亦可用 $\delta_m(a)$ 表示 a 对模 m 的指数
$x^k \equiv n \pmod{p}$	k 次剩余	residue of degree- k	$x^k \equiv n \pmod{p}$ ($p \times n$) 有解, 则 n 称为 p 的 k 次剩余	
$d(A)$	A 的密度	density of A	$d(A) = \inf_{n \geq 1} \frac{A(n)}{n}$, 即集 A 的密度为 $A(n)/n$ (一切 $n \geq 1$) 的下确界	$A(n)$ 表示 A 中不大于 n 的正整数的个数
$\delta^*(A)$	A 的渐近密度	asymptotic density of A	$\delta^*(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A(n)}{n}$, 即集 A 的渐近密度为 $A(n)/n$ 当 $n \rightarrow \infty$ 的极限值	
$\left(\frac{a, b}{m}\right)$	和数符号	sum symbol	设 $m > 1, a, b$ 都是整数, 令 $\left(\frac{a, b}{m}\right) = \sum_x e^{2\pi i \frac{ax+bx'}{m}} \left(x' \equiv \frac{1}{x} \pmod{m}\right)$, 其中 x 是通过与模 m 简化的剩余系	
$(a, b) = \pm 1$	希尔伯特符号	Hilbert symbol	设 k^* 表示域 k 的单位群, 又 $a, b \in k^*$, 则 $(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{若 } z^2 - ax^2 - by^2 = 0 \text{ 在 } k^3 \text{ 中有非零解,} \\ -1, & \text{其他情形} \end{cases}$	
$\{a, b, c\}$	二元二次型	2-ary quadratic form	用 $\{a, b, c\}$ 表示二元二次型 $ax^2 + bxy + cy^2$, 其中 a, b, c 为整数	
$g(k)$	小 $g(k)$	small $g(k)$	设 k 为一固定正整数, 对任意正整数 n , 不定方程 $n = x_1^k + x_2^k + \dots + x_s^k$ 总有解的最小正整数 s	
$G(k)$	大 $G(k)$	large $G(k)$	设 k 为一固定正整数, 对充分大的正整数 n , 不定方程 $n = x_1^k + x_2^k + \dots + x_s^k$ 总有解的最小正整数 s	
$S(a)$	a 的迹	trace of a	设 $R(\theta)$ 为 n 次代数域, $a^{(1)} = a \in R(\theta), a^{(k)} (k = 2, 3, \dots, n)$ 为 a 的共轭数, 则 $S(a) = \sum_{k=1}^n a^{(k)}$ 称为 a 的迹	
$N(a)$	a 的范数	norm of a	$N(a) = \prod_{k=1}^n a^{(k)}$ 为 a 的范数	亦称矩
$N(k)$	等幂和	sum of equal powers	使 $x_1 + x_2 + \dots + x_s = y_1 + y_2 + \dots + y_s, \dots, x_1^k + x_2^k + \dots + x_s^k = y_1^k + y_2^k + \dots + y_s^k$ 的最小正整数 s 记为 $N(k)$, 其中 y_1, y_2, \dots, y_s 不是 x_1, x_2, \dots, x_s 的重组	
$M(k)$	强等幂和	strong sum of equal powers	使 $x_1 + x_2 + \dots + x_s = y_1 + y_2 + \dots + y_s, \dots, x_1^k + x_2^k + \dots + x_s^k = y_1^k + y_2^k + \dots + y_s^k$, 并使 $x_1^{k+1} + x_2^{k+1} + \dots + x_s^{k+1} \neq y_1^{k+1} + y_2^{k+1} + \dots + y_s^{k+1}$ 的最小正整数 s 用 $M(k)$ 表示	
$S(a, \chi)$	特征和	character sum	$S(a, \chi) = \sum_{n=1}^m \chi(n) e^{2\pi i a n / m}$	
$S(n, m)$	高斯和	Gauss sum	$S(n, m) = \sum_{x=0}^{m-1} e^{2\pi i x^2 n / m}$, 其中 $(n, m) = 1$	
$F(s)$	狄利克雷级数	Dirichlet series	$F(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^s}$	亦称 $F(s)$ 为 $f(n)$ 的演成函数
M_p	梅森数	Mersenne number	形如 $2^p - 1$ (p 为素数) 的素数称为梅森数, 记为 M_p . 例如, $M_2 = 3, M_3 = 7$	
F_n	费马数	Fermat number	形如 $2^{2^n} + 1$ 的数称为费马数, 例如, $F_2 = 17$	F_5 不是素数

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\equiv	重模同余式	double module congruence expression	$f(x) \equiv g(x) \pmod{p, \varphi(x)}$ 表示系数以素数 p 为模, 又 $\varphi(x)$ 整除 $f(x) - g(x)$, 称为重模同余式	亦称重模为双模
$Q(x)$	无平方因子数	number of noninclusion square divisor	不超过 x 的无平方因子数的个数. 例如, $Q(10) = 6$	
$V(n)$	同余式的解数	number of solutions of congruence expression	同余式 $x^2 \equiv -1 \pmod{n}$ 之解数	
$R(x)$	圆内整点数	number of circle lattice point	表示圆 $u^2 + v^2 \leq x$ 内的整点数	
$F(x)$	朗伯级数	lambert series	$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f(n) \frac{x^n}{1-x^n}$ 称为朗伯级数	
$[a_1, \dots, a_q]$	理想数	ideal number	a_1, a_2, \dots, a_q 为 $R(\mathcal{D})$ 中之整数, $R(\mathcal{D})$ 中形如 $\eta_1 a_1 + \eta_2 a_2 + \dots + \eta_q a_q$ (η_i 为 $R(\mathcal{D})$ 中之整数) 的整数所成之集合为理想数	
$[1]$	单位理想数	unit ideal number	表示单扩域 $R(\mathcal{D})$ 中全体整数组成之集合	
$\tau(n)$	拉马努金函数	Ramanujan function	表示 cus p 型 $F(s) = (2\pi)^{-12} \Delta(Z)$ 的第 n 个系数. 称 $n \mapsto \tau(n)$ 为拉马努金函数	
$L(s, \chi)$	狄利克雷级数	Dirichlet series	表示狄利克雷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \chi(m) n^{-s}$, 其中 $m \geq 1$ 为整数, χ 为 mod m 特征	
$G_k(\Gamma)$	艾森斯坦级数	Eisenstein series	设 Γ 是 C 格, 则称 $G_k(\Gamma) = \sum'_{\gamma \in \Gamma} \frac{1}{\gamma^{2k}}$ 为指标是 k 的艾森斯坦级数, 其中 \sum' 表示对 Γ 的非零元素求和	
$\theta_{\Gamma}(Z)$	塞他函数	theta function	$\theta_{\Gamma}(Z) = \sum_{x \in \Gamma} e^{\pi i Z(x, x)}$ 称为二次模 Γ 的塞他函数	

逻辑与集合 (Logic & Sets)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\forall	全称量词	universal quantifier	$\forall x \in A, p(x)$, 表示命题 $p(x)$ 对于每一个属于 A 的 x 为真	亦可简记为 $\forall x, p(x)$
\exists	存在量词	existential quantifier	$\exists x \in A, p(x)$, 表示存在 A 中的元素 x 使 $p(x)$ 为真	$\exists!$ (或 $\exists!$) 表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真
\wedge	合取符号	conjunction sign	$p \wedge q$ 即 p 和 q	
\vee	析取符号	disjunction sign	$p \vee q$ 即 p 或 q	
\neg	否定符号	negation sign	$\neg p$ 即 p 的否定, 非 p	
\rightarrow, \Rightarrow	推断符号	implication sign	$p \rightarrow q, p \Rightarrow q$ 表示: 若 p 则 q, p 蕴含 q	亦可用 $q \leftarrow p, q \Leftarrow p$
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow$	等价符号	equivalence sign	$p \leftrightarrow q, p \Leftrightarrow q$ 表示 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 即 p 等价于 q	亦称充分必要条件
\models	真值符号	truth sign	$\models A \rightarrow B$ 表示由命题 A 推出命题 B 为真	
\vDash	可逆真值符号	invertible truth sign	$A \vDash B$ (或 $\vDash A \leftrightarrow B$) 表示 $A \models B$, 且 $B \models A$, 意即 A 真则 B 真, 且 B 真则 A 真	亦即 A, B 具有相同的真值
\vdash	断定符号	predicative sign	$p \vdash q$ 表示 q 随 p 来, p 是或从一公理而来, 或 p 是同语反复	
\in	属于	belongs to	$x \in A$ 表示 x 属于 A , 即 x 是集 A 的一个元(素)	集合 A 可简称为集 A
\ni	不包含	noninclusion	$A \ni x$ 表示集合 A 不包含元素 x	
\notin, \notin	不属于	nonmembership	$y \notin A, y \bar{\in} A$ 表示 y 不属于 A, y 不是集 A 的一个元(素)	亦可记为 $A \bar{\ni} y$, 或 $A \not\ni y$
$\{, \dots, \}$	集合号	sign of set	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示由诸元素 x_1, x_2, \dots, x_n 构成的集	亦可用 $\{x_i, i \in I\}$, 这里 I 表示指标集
$\{ \}$	集合号	sign of set	$\{x \in A p(x)\}$ 即使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元(素)组成的集	亦可用 $\{x \in A: p(x)\}$ 表示集

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\emptyset	空集	the empty set	\emptyset 表示没有元(素)的集	\emptyset 是丹麦文字母,读“欧”
\mathbb{N}	非负整数集	nonnegative integers set	$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$	$\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Z}	整数集	integers set	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$	\mathbb{Z}_+ 表示正整数集合
\mathbb{Q}	有理数集	rational numbers set	由全体有理数组成的集合	\mathbb{Q}_+ 表示正有理数集合
\mathbb{R}	实数集	real numbers set	由全体实数组成的集合	\mathbb{R}^n 表示 n 维实空间
\mathbb{C}	复数集	complex numbers set	由全体复数组成的集合	\mathbb{C}^n 表示 n 维复空间
\mathbb{R}^+	正实数集	positive real numbers set	由全体正实数组成的集合	\mathbb{R}^- 表示负实数集
\mathbb{R}^*	扩张的实数集	expanding system of the real numbers	把两个理想点 $+\infty, -\infty$ 加进实数系所得的集	亦称扩张的实数系
\subsetneq	真包含于	proper inclusion	$B \subsetneq A$ 表示 A 的子集 B 真包含于 A	亦可用 \subset 表示
\subseteq	包含于	inclusion	$B \subseteq A$ 表示 B 是 A 的子集,即 B 的每一个元素均属于 A	
$\not\subseteq$	不包含于	noninclusion	$C \not\subseteq A$ 表示 C 不是 A 的子集	亦可用 $\not\subset$ 表示
\supsetneq	真包含	proper inclusion	$A \supsetneq B$ 表示 A 真包含 B	
\supseteq	包含	inclusion	$A \supseteq B$ 表示 B 是 A 的子集	亦可用 \supset 表示
$\not\supseteq$	不包含	noninclusion	$A \not\supseteq C$ 表示 A 不包含 C	亦可用 $\not\supset$ 表示
\cup	并集,和集	union	$A \cup B = \{x x \in A \vee x \in B\}$,称为 A 与 B 的并集,或称为 A 与 B 的和集	
$\bigcup_{i=1}^n$	诸并集	unions	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$,即诸集 A_1, A_2, \dots, A_n 的并集	亦可用 $\bigcup_{i=1}^n$, $\bigcup_{i \in I}$ 或 $\bigcup_{i \in I}$ 等记法,其中 I 表示指标集
\cap	交集	intersection	$A \cap B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$,称为 A 与 B 的交集	
$\bigcap_{i=1}^n$	诸交集	intersections	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$,即诸集 A_1, A_2, \dots, A_n 的交集	亦可用 $\bigcap_{i=1}^n$, $\bigcap_{i \in I}$ 或 $\bigcap_{i \in I}$ 等记法,其中 I 为指标集
$\dot{+}$	集合的直和	direct sum of sets	若集合 A 与 B 不相交,则 A 与 B 的并集 $A \cup B$ 称为 A 与 B 的直和,记为 $A \dot{+} B$	亦称不交并
$\dot{\sum}$	广义直和	generalized direct sum	若 f 是标号集 A 到集族 $\{X\}$ 的一一对应($f: a \rightarrow X_a$),且当 $a \neq b$ 时,总有 $X_a \cap X_b = \emptyset$,则记为 $\dot{\sum}_{a \in A} X_a$,并称为集族 $\{X\}$ 的广义直和	
\setminus	差集	difference	$A \setminus B$ 表示所有属于 A 但不属于 B 的元的集,称为 A 与 B 的差集	
\triangle	对称差	symmetric difference	$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ 称为 A, B 的对称差	亦可记为 $A \dot{-} B$ 或 $A \ominus B$
U	全集	total set	$A=U$ 表示 A 为全集,即全集中所有元素 x 都属于 A	亦可用 Ω 表示
\complement	余集,补集	complementary set	$\complement_U A = \{x x \in U \wedge x \notin A\}$,即全集 U 中子集 A 的余集或补集	亦可用 $\complement A$ 表示,曾用 A^c 表示
\langle , \rangle	有序偶,偶	ordered pair	$\langle a, b \rangle$ 表示 a, b 的有序偶	亦可记为 (a, b)
$\langle , \dots , \rangle$	有序元组	elements of ordered	$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ 称为有序 n 元组	亦可记为 (a_1, a_2, \dots, a_n)
\times	笛卡儿积	Cartesian product	$A \times B = \{\langle a, b \rangle a \in A, b \in B\}$ 称为 A 与 B 的笛卡儿积或卡氏积,	$\overbrace{A \times A \times A \times \dots \times A}^n$ 记为 A^n ,亦称直积
card	基数,势	cardinal number	card(A)表示集 A 中诸元的个数,称为 A 的基数或势	亦可记为 \bar{A} 或 $ A $
\aleph_0	基数,势	cardinal number	\aleph_0 表示无限可数集的基数	是希伯来文第一个字母,读Alef
\sim	对等	equivalent	$A \sim B$ 表示集 A 与集 B 对等	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\mapsto	元素间的对应	correspond between to elements	在映射下元素间的对应符号,例如,整数集的映射 $\varphi(x) = x^2$ 可表示成 $\varphi: x \mapsto x^2$	
\rightarrow	映射	mapping	$f: A \rightarrow B$ 或 $A \xrightarrow{f} B$ 表示 f 是集 A 到集 B 的映射	
f^{-1}	逆映射	inverse mapping	设 f 是集 A 到 B 的一个双射,则用 f^{-1} 表示 B 到 A 的 f 的逆映射. $f^{-1}f$ 是 A 的恒等映射	亦可用 f_l^{-1}, f_r^{-1} 表示左、右逆映射
R	关系	relation	aRb 表示 a 与 b 有关系 R	
\bar{R}	无关系	non-relation	$a\bar{R}b$ 表示 a 与 b 没有关系 R	亦称关系补
\bar{R}	反关系	anti-relation	对于二元关系 $R \subseteq X \times Y$, 称 $\bar{R} = X \times Y - R$ 为 R 的反关系	亦称否定关系、补关系
R^{-1}	逆关系	inverse relation	对于二元关系 $R \subseteq X \times Y$, 称 $R^{-1} \subseteq Y \times X$ 为 R 的逆关系	当且仅当 xRy 时有 $yR^{-1}x$
[]	等价类	equivalent class	设 R 是集 A 上的等价关系, $x \in A$, 则称 $[x]_R$ 为 R 的等价类, 它是由 A 中那些能使 xRy 成立的所有元素 y 组成的子集	
/	商集	quotient set	设 R 为集 A 的一个等价关系, 则商集 A/R 即由一切等价类组成的集合	
\mathscr{P} 或 \mathscr{B}	幂集	power set	用 $\mathscr{P}A$ 或 $\mathscr{B}A$ 表示集 A 的所有子集组成的集, 称为 A 的幂集	
$f _B$	收缩, 限制	restriction	设 f 是集 A 上的一个映射, $B \subseteq A$, 则 f 也可看成 B 上的一个映射称为 f 在 B 上的限制或收缩	
°	合成, 复合	composite	$g \circ f$ 表示映射 f 和 g 的合成或复合	
limsup	上极限	superior limit	limsup A_n 表示序列 A_n 的上极限	亦可记为 $\overline{\lim}$
liminf	下极限	inferior limit	liminf A_n 表示序列 A_n 的下极限	亦可记为 $\underline{\lim}$
lim	极限	limit	lim A_n 表示序列 A_n 的极限	
\varinjlim	归纳极限	inductive limit	$\varinjlim A_\lambda$ 表示 A_λ 的归纳极限	
\varprojlim	射影极限	projective limit	$\varprojlim A_\lambda$ 表示 A_λ 的射影极限	
dom	定义域	domain of definition	若 f 为从 A 到 B 的一个映射, 则称 A 为映射 f 的定义域, 记为 dom f	亦可记为 $D(f)$
ran f	值域	range	$f(A) = \text{ran } f$. 若 f 为从 A 到 B 的一个映射, 则 $f(A)$ 为映射 f 的值域	亦可记为 $R(f)$ 或记为 $\text{ran}(f)$
fld	关系域	domain of a relation	fld $R = \text{dom } R \cup \text{ran } R$, 即关系 R 的域等于 R 的定义域和值域的并集	
codom	陪域	co-domain	若 f 是从集 A 到集 B 的一个映射, 则称集 B 是映射 f 的陪域, 记为 $B = \text{codom } f$	亦称上域
Imf	像	image	设 f 是集 A 到集 B 的一个映射, 用 Imf 表示 A 中所有元素的像构成的集, 称为 f 的像集	
$f^{-1}(\cdot)$	全原像	all inverse image	设 f 是集 A 到集 B 的一个映射, B 中元素 b 的全体逆像组成的集合 $f^{-1}(b)$, 称为 b 的全原像	亦称原像
\leq	弱序关系	weak order relation	$a \leq b, a, b \in A$ 即集 A 存在弱序关系	
$<$	强序关系	strong order relation	$a < b, a, b \in A$ 即集 A 存在强序关系	
I_A	恒等映射	identity mapping	表示集 A 的每个元素都对应到自身的映射, 称为恒等映射	亦称恒等对应. 亦可记为 e_A 或 $\text{id } A$
\hookrightarrow ; em	嵌入映射	embedding	$A \hookrightarrow B$ 或 $\text{em } AB$ 表示 $A \rightarrow B$ 的嵌入映射	
n_R	自然映射	natural mapping	n_R 把 A 的一个元素 a 映射成它的等价类 $[a]_R$	亦称正规映射, 典则映射
$ub_R(B)$	B 的上界	upper bound of B	$a = ub_R(B)$ 表示 a 是 B 的上界, B 是半序集的子集	
$lb_R(B)$	B 的下界	lower bound of B	$a = lb_R(B)$ 表示 a 是 B 的下界, B 是半序集的子集	
ord	一切序数的类	class of every ordinals	表示一切序数构成的类	
cf	共尾度	cofinality	cf α 表示 α 的共尾度	
$K^{<k}$	强极限基数	strong cardinal number of the limit	$K^{<k} = \lim_{\alpha \rightarrow K} K^\alpha$, 其中 K 为正则的强极限基数	

几何与拓扑(Geometry & Topology)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\overline{AB}, AB	[直]线段 AB	segment	表示自点 A 到点 B 的直线段	“直”常略去不写
\sphericalangle	角	angle	$\sphericalangle AOB$ 表示角 AOB	
\sphericalangle	有向角	directed angle	$\sphericalangle AOB$ 表示有向角 AOB	
$^\circ$	度	degree	21° 表示 21 度	
'	分	minute	$21^\circ 13'$ 表示 21 度 13 分	
"	秒	second	$21^\circ 13' 23''$ 表示 21 度 13 分 23 秒	
\frown	弧	arc	\widehat{AB} 表示弧 AB . 当 \widehat{AB} 为圆弧时, 可用 \widehat{AB}° 表示圆弧 AB 对应的度数	
rad	弧度	radian	rad1, $\text{rad}\pi$ 分别表示 1 弧度、 π 弧度	$\text{rad}1 \approx 57^\circ 17' 45''$; $\text{rad}\pi = 180^\circ$
—	密位	mil	例如, 25^- , 274^- 表示 25 密位, 274 密位	常用在军事数学中度量角的单位符号
π	圆周率	ratio of the circumference of a circle to its diameter	$\pi \approx 3.141\ 592\ 6\dots$ 表示圆周长与直径的比	英文名称亦可简记为 number π
Rt \sphericalangle	直角	right angle	等于 90° 的角称为直角, 记为 $\text{Rt}\sphericalangle = 90^\circ$	曾经记为 $\text{rt}\sphericalangle$ 或 $\text{R}\sphericalangle$
\triangle	三角形	triangle	$\triangle ABC$ 表示 A, B, C 三点连线构成的三角形	
\sphericaltriangle	直角三角形	right angle triangle	$\sphericaltriangle ABC$ 表示直角三角形 ABC	亦可记为 $\text{Rt}\triangle ABC$
\square	平行四边形	parallelogram	$\square ABCD$ 表示平行四边形 $ABCD$	
\square	矩形	rectangle	$\square ABCD$ 表示矩形 $ABCD$	
\square	正方形	square	$\square ABCD$ 表示正方形 $ABCD$	
\square	四边形	tetragon	$\square ABCD$ 表示任意四边形 $ABCD$	任意二字常略去
\diamond	菱形	rhombus	$\diamond ABCD$ 表示菱形 $ABCD$	又名 diamond
\odot	圆	circle	$\odot O$ 表示圆 O	
r, R	半径	radius	从圆心到圆周上任一点的线段称圆的半径, 常用 r 或 R 表示	
d, D	直径	diameter	过圆心作任意一条直线, 圆内部分的线段称该圆的直径, 常用 d 或 D 表示	
C	周长	perimeter	若圆的半径为 r , 则周长 $C = 2\pi r$	
//	平行	parallel	$AB // CD$ 表示线段 AB 平行于 CD	
\nparallel	不平行	non-parallel	$AB \nparallel CD$ 表示直线 AB 与 CD 不平行	
$\underline{\underline{}}$	平行且相等	parallel and equal	$AB \underline{\underline{}} CD$ 表示线段 AB 与 CD 平行且相等	
\perp	垂直	perpendicular	$AB \perp CD$ 表示线段 AB 垂直于 CD	
\cong	全等	congruence	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 表示 $\triangle ABC$ 全等于 $\triangle DEF$	
\sim	相似	similar	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 表示 $\triangle ABC$ 相似于 $\triangle DEF$	
\because	因为	because	\because 代表“因为”二字	
\therefore	所以	therefore	\therefore 代表“所以”二字	
$\underline{\sphericalangle}$	等角多边形	equiangular polygon	$\underline{\sphericalangle} AB \dots E$ 表示等角多边形 $AB \dots E$	多边两字可被省略
$\underline{\triangle}$	等边多边形	equilateral polygon	$\underline{\triangle} AB \dots E$ 表示等边多边形 $AB \dots E$	多边两字可被省略
$\alpha\text{-}MN\text{-}\beta$	二面角	dihedral angle	平面 α 和平面 β 相交于直线 MN 所成的角	
$P\text{-}AB \dots E$	棱锥	pyramid	顶点是 P 、底面多边形是 $AB \dots E$ 的棱锥	
$AB \dots E\text{-}A'B' \dots E'$	棱柱	prism	上底面是多边形 $AB \dots E$, 下底面是多边形 $A'B' \dots E'$ 的棱柱	长方体、棱台的记法和此记法类似

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
S	面积	area	$S_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积; $S_{\text{球冠}}$ 表示某个球冠的面积	
V	体积	volume	V_{P-ABC} 表示三棱锥 $P-ABC$ 的体积; $V_{\text{拟柱体}}$ 表示某个拟柱体的体积	
	距离	distance	$ AB $ 表示 A, B 两点间的距离或 AB 线段的长	亦可用 AB 或小写的拉丁字母表示
sin	正弦	sine	$\sin x$ 为 x 的正弦函数	
cos	余弦	cosine	$\cos x$ 为 x 的余弦函数	
tan	正切	tangent	$\tan x$ 为 x 的正切函数	亦可用 $\text{tg } x$ 表示
cot	余切	cotangent	$\cot x$ 为 x 的余切函数	亦可用 $\text{ctg } x$ 表示
sec	正割	secant	$\sec x$ 为 x 的正割函数	
csc	余割	cosecant	$\csc x$ 为 x 的余割函数	曾用 $\text{cosec } x$ 表示
vers	正矢	versedsine	$\text{vers } x$ 为 x 的正矢函数	$\text{vers } x = 1 - \cos x$, 现已不用
covers	余矢	coversedsine, versedcosine	$\text{covers } x$ 为 x 的余矢函数	$\text{covers } x = 1 - \sin x$, 现已不用
$\sin^m x$	正弦函数的 m 次方	sine function to the m -th power	$\sin^3 x$ 为 $\sin x$ 的立方	其他三角函数和双曲函数的 m 次方的表示法类似
$\arcsin x$	反正弦主值	principal value of inverse sine	$y = \arcsin x \left(-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right)$	一般值表示成 $\text{Arcsin } x$
$\arccos x$	反余弦主值	principal value of inverse cosine	$y = \arccos x \left(0 \leq y \leq \pi \right)$	一般值表示成 $\text{Arccos } x$
$\arctan x$	反正切主值	principal value of inverse tangent	$y = \arctan x \left(-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2} \right)$	一般值表示成 $\text{Arctan } x$
$\text{arccot } x$	反余切主值	principal value of inverse cotangent	$y = \text{arccot } x \left(0 < y < \pi \right)$	一般值表示成 $\text{Arccot } x$
$\text{arcsec } x$	反正割主值	principal value of inverse secant	$y = \text{arcsec } x \left(0 \leq y \leq \pi, \text{ 且 } y \neq \frac{\pi}{2} \right)$	一般值表示成 $\text{Arcsec } x$
$\text{arccsc } x$	反余割主值	principal value of inverse cosecant	$y = \text{arccsc } x \left(-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \text{ 且 } y \neq 0 \right)$	一般值表示成 $\text{Arccsc } x$
T	周期	periodic	$f(x+T) = f(x)$, T 为最小正周期. $T = \pi$ 表示以 π 为周期	
x, y, z	笛卡儿坐标	Cartesian coordinates	e_x, e_y 与 e_z 及 $r = xe_x + ye_y + ze_z$ 组成范化正交右手坐标系	
ρ, φ, z	圆柱坐标	cylindrical coordinates	圆柱坐标与笛卡儿坐标的关系为 $x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z$	
r, θ, φ	球面坐标	spherical coordinates	球面坐标与笛卡儿坐标的关系为 $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$	
a, \vec{a}	向量或矢量 a	vector a	常用 x, y, z 或 x_1, x_2, x_3 表示笛卡儿坐标, 则 $a = xe_x + ye_y + ze_z$, 简记为 $a = x_i e_i$	印刷常用黑体 a , 书写常用 \vec{a} 表示
$ a $	向量的模 (绝对值, 长度)	module of a vector (absolute value, length)	向量 $\vec{M_1 M_2}$, a, \vec{a} 的模依次记为 $ \vec{M_1 M_2} , a , \vec{a} $. 向量的大小称为向量的模	
\vec{AB}	向量 AB	vector AB	表示始点为 A , 终点为 B 的向量或有向线段	
e_a	单位向量	unit vector	$e_a = a/ a $ 表示 a 方向的单位向量	亦称幺向量
e_x, e_y, e_z i, j, k	在笛卡儿坐标轴方向的单位向量	unit vector on the Cartesian axial coordinates	$[O; i, j, k]$ 表示直角标架; $[O; e_x, e_y, e_z]$ 表示仿射标架, 其中 O 为坐标原点, i, j, k, e_x, e_y, e_z 为基向量	
a_x, a_y, a_z	向量 a 的笛卡儿分量	Cartesian component of a vector a	设 $a = a_x + a_y + a_z$, 其中 $a_x = xe_x, a_y = ye_y, a_z = ze_z$ 称为向量 a 的笛卡儿分量	
$a \cdot b$ 或 ab	标量积或数量积、内积、点积	scalar product, inner product, dot product	$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$; $a \cdot b = a_i b_i \stackrel{\text{def}}{=} \sum a_i b_i; a \cdot a = a^2 = a ^2$	亦可表示成 $(a, b), \langle a, b \rangle, [a, b]$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$a \times b$	向量积、外积、叉积	vector product, exterior product, cross product	$a \times b$ 是垂直于 a, b 所决定平面的向量, 且 $\{a, b, a \times b\}$ 三向量成右手系. $ a \times b = a b \sin(\widehat{a, b})$, 其中 $(\widehat{a, b})$ 表示 a, b 的夹角	
(a, b, c) $a \cdot (b \times c)$	混合积	mixed product	向量 a, b, c 的混合积定义为由 a, b, c 三向量为邻边组成的平行六面体的有向体积	亦可表示成 $(a \times b) \cdot c$
k	斜率	gradient	直线 $y = kx + b$ 中, k 称为斜率	
e	离心率	eccentricity	在圆锥曲线的极坐标方程中, $r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$, e 称为离心率	亦称偏心率.
a	半长轴	semimajor axis	椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b)$ 中, a 称为半长轴	
b	半短轴	semiminor axis	椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b)$ 中, b 称为半短轴	
$V \otimes W$	向量空间的张量积	tensor product of vector spaces	若 V 是 n 维向量空间, W 是 m 维向量空间, 则 $V \otimes W$ 是 $n \times m$ 维向量空间的二阶张量	
T_s^r	张量	tensor	设 V 是 n 维向量空间, 其对偶空间的二阶张量为 V^* , 张量积 $V_s^r = \underbrace{V \otimes \dots \otimes V}_r \otimes \underbrace{V^* \otimes \dots \otimes V^*}_s$ 的元素称为 (r, s) 型张量	
$V \otimes W$	群的张量积	tensor product of groups	设 V, W 是群, $V \otimes W = F(V, W)/R(V, W)$ 称为 V, W 的张量积	
$T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}; T_{ij}$	二阶张量 T 的笛卡儿分量	Cartesian component of tensor T	$T = T_{xx}e_xe_x + T_{xy}e_xe_y + \dots + T_{zz}e_z e_z$ 为分量,	
$T \otimes S$	二阶张量积或并矢积	tensor product dyadic product	两个二阶张量 T 与 S 的张量积 $T \otimes S$ 是具有分量 $T_{ij}S_{kl}$ 的四阶张量	
$T \cdot S$	两个二阶张量的内积	inner product	$T \cdot S$ 表示两个二阶张量 T 与 S 的内积. 它是具有分量 $(T \cdot S)_{ik} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_j T_{ij}S_{jk}$ 的二阶张量	
$T \cdot a$	矢量对张量的内积	inner product	$T \cdot a$ 表示二阶张量 T 与矢量 a 的内积. 它是具有分量 $(T \cdot a)_i \stackrel{\text{def}}{=} \sum_j T_{ij}a_j$ 的矢量	
$T : S$	标量积	scalar product	$T : S$ 表示两个二阶张量 T 与 S 的标量积. 它具有标量 $(T : S) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i,j} T_{ij}S_{ji}$	
$\overline{\wedge}$	透视对应	perspective correspondence	点列 $s(A, B, C, \dots)$ 与线束 $S(a, b, c, \dots)$ 是透视的, 记为 $s(A, B, C, \dots) \overline{\wedge} S(a, b, c, \dots)$	
\wedge	射影对应	projective correspondence	若 $[\pi]$ 与 $[\pi']$ 是两个一维基本形, 则它们之间的射影对应记为 $[\pi] \wedge [\pi']$	
\div	分离	separation	点 A, B 与点 C, D 是分离的, 记为 $A, B \div C, D$	
$\ddot{\cdot}$	不分离	nonseparation	点 A, B 与点 C, D 是不分离的, 记为 $A, B \ddot{\cdot} C, D$	
$J, *$	联	join	设 $s = v_0 \dots v_m$ 是 K 的生成复形, $t = w_0 \dots w_n$ 是 L 的生成复形, 令 $s * t = v_0 \dots v_m w_0 \dots w_n$, 则所有单形 $s * t$ 和它们的面组成的集合是一个单纯复形, 称为 K 和 L 的联, 记为 $K * L$	亦可记为 $J(K, L)$ 或 KJL
$r = r(t)$	向量函数	vector function	曲线或曲面的参数方程写成向量的形式.	亦称矢函数
$\frac{dr}{dt}$ 或 $r'(t)$	导向量	derived vector	$r'(t) = (x'(t), y'(t), z'(t))$ 是向量函数 $r(t)$ 的导向量, 有时以弧长 s 为参数的导向量表示成 $\dot{r}(s)$	亦称微商或导矢
dr	微分	differential	设 $r(t)$ 同上, 若 $r(t)$ 在 t 处的改变量 $\Delta r = A\Delta t + o(\Delta t)$ (A 为固定向量), 则称 A 为 $r(t)$ 在 t 点的微分	
$r^{(n)}(t)$	n 阶导向量	n -th derivative	$r^{(n-1)}(t)$ 在 t 点的导向量称为 $r(t)$ 在 t 点的 n 阶导向量	
$d^n r$	n 阶微分	n -th differential	$d^{n-1}r$ 在 t 点的微分称为 $r(t)$ 在 t 点的 n 阶微分	
$\frac{\partial r}{\partial x_i}$	偏导向量	partial derived vector	若 $r(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$, 则 $r_n(u, v) = \left(\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial u} \right)$ 是 $r(u, v)$ 关于 u 的偏导向量	亦称偏导矢

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$T(s)$	单位切向量	unit tangent vector	$T(s)=r'(s)$ 表示曲线 C 在一点处的单位切向量, 其中 s 为曲线 C 的弧长参数	亦可表示成 $\alpha(s)$
$N(s)$	主法向量	principal normal vector	$N(s)=\frac{r''(s)}{ r''(s) }$ 表示曲线 C 在一点处的主法向量, $N(s)$ 指向曲线 C 凹入的方向	亦可表示成 $\beta(s)$
$B(s)$	副法向量	binormal vector	$B(s)=T(s)\times N(s)$ 表示曲线 C 在一点处的副法向量	亦称从法向量. 表示成 $\gamma(s)$
$\{P;T;N;B\}$	活动标架	Frenet frame	T, N, B 依次构成右手系, 它们构成一个标架, 称为曲线 C 在 P 点的活动标架或弗雷内标架	
k	曲率	curvature	曲率 k 是表示曲线弯曲程度的量. 曲率 k 越大, 曲线弯曲程度越大, 曲率小, 曲线弯曲程度小	直线的曲率为 0
τ	挠率	torsion	挠率是表示空间曲线扭翘程度的量. 挠率的绝对值大, 曲线扭翘程度大, 挠率的绝对值小, 曲线扭翘程度小. 平面曲线的挠率为 0	
$k_r(s)$	相对曲率	relative curvature	表示平面曲线弯曲程度和弯曲方向的量	
i_r	旋转指标	rotation index	$i_r = \frac{1}{2\pi} \int_0^l k_r(s) ds$ 表示平面闭曲线 C 的旋转指标, 它是曲线 C 的切线像 ($r = T(s)$) 在单位圆周上环绕的圈数	若 C 是平面简单闭曲线, 则 $i_r = \pm 1$
n	单位法向量	unit normal vector	曲面 $r = r(u, v)$ 上一点 $P(u, v)$ 处的单位法向量 $n = \frac{r_u \times r_v}{ r_u \times r_v }$	式中各量均在 (u, v) 取值. r_u, r_v, n 依序构成右手系
E, F, G, g_{ij}	曲面的第一类基本量	fundamental quantities of first kind for surfaces	对曲面 $r = r(u, v)$, 其第一类基本量分别为 $E = r_u \cdot r_u, F = r_u \cdot r_v, G = r_v \cdot r_v,$ $g_{ij} = r_i \cdot r_j \quad (i, j = 1, 2)$	$E > 0, G > 0,$ $EG - F^2 > 0$
I	曲面的第一基本形式	first fundamental form of a surface	$I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$	第一基本形式是正定的, 它决定曲面的内蕴性质
L, M, N, L_{ij}	曲面的第二类基本量	fundamental quantities of second kind for surfaces	对曲面 $r = r(u, v)$, 其第二类基本量分别为 $L = r_{uu} \cdot n, M = r_{uv} \cdot n, N = r_{vv} \cdot n,$ $L_{ij} = r_{ij} \cdot n \quad (i, j = 1, 2)$	
II	曲面的第二基本形式	second fundamental form of a surface	$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$	
k_n	法曲率	normal curvature	曲面 S 在 P 点沿方向 a 的法截线曲率可作为曲面在该点的法曲率 k_n	其绝对值相等
K_c	全曲率	total curvature	$K_c = \int_0^l k(s) ds$ 表示曲线 C 的全曲率	
K_r	相对全曲率	relative total curvature	$K_r = \int_0^l k_r(s) ds$ 表示曲线 C 的相对全曲率	
K	总曲率	Gaussian curvature	$K = k_1 k_2$ 表示曲面 S 在点 P 的弯曲情况. 曲面上的点可按总曲率的符号进行分类. $K > 0$ 的点是椭圆点, $K < 0$ 的点是双曲点, $K = 0$ 的点是抛物点	亦称高斯曲率. 式中 k_1, k_2 为其对应的主曲率
H	平均曲率	mean curvature	表示曲面 S 在点 P 的平均曲率	亦称中曲率
e, f, g	曲面的第三类基本量	fundamental quantities of third kind for surfaces	对曲面 $r = r(u, v)$, 其第三类基本量分别为 $e = n_u \cdot n_u, f = n_u \cdot n_v, g = n_v \cdot n_v$	
III	曲面的第三基本形式	third fundamental form of a surface	$III = dn \cdot dn = edu^2 + 2fdudv + gdv^2$	
$[jk, i]$	第一类克里斯托费尔符号	Christoffel symbol of the 1st kind	$[jk, i] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{ki}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} \right)$	亦可表示成 Γ_{jk}^i
$\left\{ \begin{matrix} k \\ ij \end{matrix} \right\}$	第二类克里斯托费尔符号	Christoffel symbol of the 2nd kind	$\left\{ \begin{matrix} k \\ ij \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{kl} \left(\frac{\partial g_{lj}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{li}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l} \right)$	亦可表示成 $\Gamma_{ij}^k = g^{kl} \Gamma_{ij}^l$, 也称为联络系数
k_g	测地曲率	geodesic curvature	曲面 S 上的曲线 C 在某一点 P 的切平面上的投影线的曲率可作为曲线 C 的测地曲率	其绝对值相等
exp	指数映射	exponential map	指数映射 $\exp: T_P \rightarrow S$ 是曲面 S 上 P 的切平面 T_P 的切向量与曲面 S 上点的对应关系. 若 $v \in T_P$, 过 P 沿 v 的方向作测地线 C , 在 C 上取点 M , 使 $\widehat{PM} = v $, 则 $\exp v = M$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
τ_g	测地挠率	geodesic torsion	在曲面 S 上过一点 P 作以单位切向量 α 为初始方向的测地线 $C: u = u(s), v = v(s)$, 测地线 C 在 P 点的挠率称为曲面 S 在 P 点关于 α 方向的测地挠率	$\tau_g = \left(\alpha, n, \frac{dn}{ds} \right)$
\mathcal{N}	高斯映射	Gauss map	以曲面 S 的单位法向量 $n(u, v)$ 作为向量函数, 表示单位球面 S^2 , 高斯映射 $\mathcal{N}: S \rightarrow S^2$ 是曲面 S 与相应的球面 S^2 之间的对应关系	亦称曲面的球面表示
$\deg \mathcal{N}$	高斯映射度	Gauss mapping degree	$\deg \mathcal{N} = \frac{1}{2} \chi(S)$ 表示高斯映射度, 它由曲面拓扑所决定, 其中 $\chi(S)$ 表示欧拉示性数	
$\{U_\alpha, \varphi_\alpha\}$	坐标邻域	coordinate neighborhoods	U_α 是微分流形 M 的开集, φ_α 是微分流形 U_α 到 \mathbb{R}^n 的开子集的同胚	
C^∞	C^∞ 相容	C^∞ compatible	$U \cap V \neq \emptyset, \varphi \circ \psi^{-1}$ 和 $\psi \circ \varphi^{-1}$ 是 \mathbb{R}^n 的开子集 $\varphi(U \cap V)$ 和 $\psi(U \cap V)$ 的 C^∞ 微分同胚. 称 (U, φ) 和 (V, ψ) 是 C^∞ 相容的	
$L_X Y$	李导数	Lie derivative	$(L_X Y)_p = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} ((\varphi_{-t})_* Y_{\varphi_t(p)} - Y_p)$ $= \frac{d}{dt} (\varphi_{-t})_* Y_{\varphi_t(p)} _{t=0}$	
R_{ijk}^l	黎曼曲率张量	Riemannian curvature tensor	$R_{ijk}^l = \frac{\partial}{\partial x^j} \Gamma_{ik}^l - \frac{\partial}{\partial x^i} \Gamma_{jk}^l + \Gamma_{ih}^l \Gamma_{jk}^h - \Gamma_{jh}^l \Gamma_{ik}^h$ 和 $R_{ijkl} = R_{iklj}$ g_K 均称为黎曼曲率张量	亦称第二类克里斯托费尔符号
Ric	里奇曲率张量	Ricci curvature tensor	$\text{Ric}(X, Y) = \sum_i R(e_i, X, Y, e_i)$, 即里奇曲率张量是一个 $(0, 2)$ 型张量场. 由对称性知 $\text{Ric}(X, Y) = \text{Ric}(Y, X)$	
C_{ijkl}	共形曲率张量	conformal curvature tensor	$C_{ijkl} = R_{ijkl} - \frac{1}{n-2} \{ R_{ik}g_{jl} - R_{il}g_{jk} + R_{jl}g_{ik} - R_{jk}g_{il} \} + \frac{s}{(n-1)(n-2)} (g_{ik}g_{jl} - g_{il}g_{jk})$	亦称外尔张量
P_{ijk}^l	射影曲率张量	projective curvature tensor	$P_{ijk}^l = R_{ijk}^l - \frac{1}{n-1} (\delta_k^l R_{ij} - \delta_j^l R_{ik})$ 称为射影曲率张量	
d	外微分算子	exterior differential operator	对于任意 $\omega_1, \omega_2 \in A^p(M): 1. d(\omega_1 + \omega_2) = d\omega_1 + d\omega_2; 2. d(\omega_1 \wedge \omega_2) = d\omega_1 \wedge \omega_2 + (-1)^p \omega_1 \wedge d\omega_2; 3. 若 f \in A^0(M). 则 d(df) = 0$	若 $f \in A^0(M)$, 则 df 恰是 f 的微分
$Z^p(M, R)$	光滑 p 次闭形式空间	space of smooth p -closed differential form	$Z^p(M, R) = \{ \omega \omega \text{ 是流形 } M \text{ 上的光滑 } p \text{ 次闭形式} \}$ 表示光滑 p 次闭形式空间	
$B^p(M, R)$	光滑 p 次恰当形式空间	space of smooth p -exact differential form	$B^p(M, R) = \{ \omega \omega \text{ 是流形 } M \text{ 上的光滑 } p \text{ 次恰当形式} \}$ 表示光滑 p 次恰当形式空间	
$H^p(M, R)$	德·拉姆上同调群	de Rham cohomology group	表示流形 M 的第 p 个德·拉姆上同调群. $H^p(M, R)$ 中的元素称为同调类	亦称第 p 个德·拉姆上同调空间
$\int_M \omega$	形式积分	integral of forms	$\int_M \omega = \sum_i \int_M f_i \circ \omega$	
∇	仿射联络	affine connection	设 M 是 n 维 C^∞ 流形, $\Gamma(TM)$ 为 M 上的 C^∞ 向量场空间. M 上的仿射联络是指映射 $\nabla: \Gamma(TM) \times \Gamma(TM) \rightarrow \Gamma(TM)$, 满足四条公理	
$\nabla_{X_p} Y$	共变导数	covariant derivative	令 $P \in M, X_P \in T_P(M), Y$ 为 M 上的 C^∞ 向量场. 定义 $\nabla_{X_p} Y = (\nabla_X Y)_P$	亦称协变微商
$K(X, Y)$	截面曲率	sectional curvature	对任意两个不共线的切向量 $X, Y \in T_P M$, $K(X, Y) = - \frac{R(X, Y, X, Y)}{g(X, X)g(Y, Y) - [g(X, Y)]^2}$	当 $\dim M = 2$ 时, $K(X, Y)$ 恰好是 M 在 P 点的高斯曲率
$R(X, Y)$	曲率算子	curvature operator	$R(X, Y)Z = \nabla_X(\nabla_Y Z) - \nabla_Y(\nabla_X Z) - \nabla_{[X, Y]} Z$ ($X, Y, Z \in \Gamma(TM)$)	
Δ	拉普拉斯-贝尔脱拉米算子	Laplace-Bertrami operator	$\Delta f = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{g} g^{ij} \frac{\partial f}{\partial x^j} \right)$	
$S_p(2n)$	辛群	symplectic group	设 (V, ω) 是一个辛空间, (V, ω) 的同构的全体构成群 $GL(V)$ 的一个子群记为 $SP(V, \omega)$, 特别地, 标准辛空间 (K^{2n}, ω) 的同构群记为 $S_p(2n, K)$. 若 $K = R$, 则把 $S_p(2n, K)$ 简记为 $S_p(2n)$, 并称为 $2n$ 维辛群	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$E(f)$	能量	energy	设 M, N 为黎曼流形, $f: M \rightarrow N$ 为光滑映射, f 的能量定义为: $E(f) = \frac{1}{2} \int_M df ^2 * 1$, 其中 $* 1$ 为 M 的体积元	
$e(f)$	能量密度	energy density	符号条件同上, $e(f) = \frac{1}{2} df ^2$	
∂M	流形的边界	boundary of a manifold	带边流形 M 中全体边界点的集	
$T_P M$	切空间	tangent space	微分流形 M 在 P 点处的全体切向量的集记为 $T_P M$, 称为 M 在 P 处的切空间	$T_P M$ 是实 $\dim M$ 维向量空间
$f_{*P}, T_P f$	在一点处的切映射	tangent map at a point	$f: M \rightarrow N$ 是可微映射, $f_{*P}: T_P M \rightarrow T_{f(P)} N$ 称为可微映射 f 在 $P \in M$ 处的切映射	若 f 是微分同胚, 则 $\forall P \in M, f_{*P}$ 是同构
TM	流形的切丛	tangent bundle of manifold	(TM, π, M) 称为微分流形 M 的切丛, 简称 TM 为 M 的切丛	
Tf	切映射	tangent map	设 $f: M \rightarrow N$ 是流形 M 到 N 的可微映射, $Tf: TM \rightarrow TN$ 称为 f 的切映射	若 $f: M \rightarrow N$ 是微分同胚, 则 $Tf: TM \rightarrow TN$ 亦然
$\xi \oplus \eta$	向量丛的惠特尼和	Whitney sum of vector bundles	ξ, η 分别是 n 维, k 维向量丛, $\tilde{\pi}: E(\xi) \oplus E(\eta) \rightarrow B$ 为自然投射. $(E(\xi) \oplus E(\eta), \tilde{\pi}, B)$ 是 $n+k$ 维向量丛, 称为 ξ 与 η 的惠特尼和	亦可看成积丛 $\xi \times \eta$ 由对角映射 $f: B \rightarrow B \times B$ 决定的诱导丛
$\chi(\xi)$	欧拉数	Euler number	设 $\xi = (E, \pi, M)$ 是 n 维定向向量丛, 则零截面的自交数称为向量丛 ξ 的欧拉数	当 $\xi = TM$ 时, $\chi(\xi)$ 就是 M 的欧拉示性数
$U^\perp(t)$	正交分量	orthogonal component	表示分向量场 $U(t)$ 与测地线 γ 正交的分量	
$T_x^\perp M$	法空间	normal space	表示 M 在 x 处的法空间, 正交于切空间 $T_x M$	
∇^\perp	法联络	normal connection	若 M 是黎曼流形, 则 ∇^\perp 表示 M 上的法联络	
$(\tilde{R}(X, Y)Z)^\perp$	正交投影	orthogonal projection	表示 $\tilde{R}(X, Y)Z$ 在 M 的法丛 $N(M)$ 上的投影. 式中 \tilde{R} 是 \tilde{M} 的曲率张量	
(X, d)	度量空间	metric space	赋予度量 d 的集合 X 称为度量空间	亦称距离空间
(X, \mathcal{S})	拓扑空间	topological space	确定了拓扑 \mathcal{S} 的集合 X 称为拓扑空间	
$\bar{A}, \text{cl}A$	闭包	closure	包含 A 的所有闭集的交集称为 A 的闭包, 它是包含 A 的最小闭集	
$b(A), \text{Bd}A$	边界	boundary	A 的全体边界点组成的集合称为 A 的边界	亦可记为 $A^b, \partial A$
$\text{Int} A, A^\circ$	内部	interior	集 A 的全部内点组成的集合称为 A 的内部	亦可记为 $\overset{\circ}{A}$ 或 A°
$U(a, \delta)$	邻域	neighborhood	$U(a, \delta) = \{x a - \delta < x < a + \delta\}$ 称为点 a 的 δ 邻域, 点 a 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径	
$\overset{\circ}{U}(a, \delta)$	去心邻域	deleted neighborhood	$\overset{\circ}{U}(a, \delta) = \{x 0 < x - a < \delta\}$ 称为点 a 的去心的 δ 邻域	
$\mathcal{U}(x)$	邻域系	neighborhood system	点 x 的邻域的全体称为 x 的邻域系	
$X \vee Y$	拓扑空间的楔和	wedge sum of topological spaces	设 X, Y 为两个带有基点的拓扑空间. x_0, y_0 分别为 X, Y 的基点. 子空间 $X \times \{y_0\} \cup \{x_0\} \times Y \subset X \times Y$ 称为 X 和 Y 的楔和	
$X \wedge Y$	拓扑空间的碎积	smash product of topological spaces	商空间 $X \times Y / X \vee Y$ 称为 X, Y 的碎积	
$V_{n,k}$	斯蒂弗尔流形	Stiefel manifold	$V_{n,k} = \{(e_1, e_2, \dots, e_k) e_i \in \mathbb{R}^n, e_i \cdot e_j = \delta_{ij}, 1 \leq i, j \leq k\}$ 在 $\mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n$ (k 个) 的诱导拓扑之下, $V_{n,k}$ 为一个紧致流形, 称为斯蒂弗尔流形	
$B_\varepsilon(a)$	开球	open ball	设 (X, d) 为度量空间, $a \in X, \varepsilon > 0, B_\varepsilon(a) = \{x \in X d(a, x) < \varepsilon\}$ 称为以 a 为中心的 ε 开球	亦可记为 $B(a, \varepsilon)$
$\bar{B}_\varepsilon(a)$	闭球	closed ball	设 (X, d) 为度量空间, $a \in X, \varepsilon > 0, \bar{B}_\varepsilon(a) = \{x \in X d(a, x) \leq \varepsilon\}$ 称为以 a 为中心的 ε 闭球	亦可记为 $\bar{B}(a, \varepsilon)$
$\delta(M)$	直径	diameter	设 M 为度量空间 (X, d) 的子集, 定义 $\delta(M) = \sup\{d(x, y) x, y \in M\}$, 称为集 M 的直径	亦可记为 $\text{diam} M$
$A^d, d(A)$	导集	derived set	集 A 的一切聚点的集称为 A 的导集	
$A^e, \text{ext}(A)$	外部	exterior	集 A 的全体外点组成的集合称为 A 的外部, 记为 A^e 或 $\text{ext}(A)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
IndX	大归纳维数	large inductive dimension	这是在正则空间中利用归纳法定义的维数,若空间 X, Y 同胚,则 $\text{Ind}X = \text{Ind}Y$	亦称布劳威尔-切赫维数
ind X	小归纳维数	small inductive dimension	这是在正则空间中利用归纳法定义的维数,若空间 X, Y 同胚,则 $\text{ind}X = \text{ind}Y$	亦称门杰-乌雷松维数
$\varprojlim \{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\}$	逆极限	inverse limit	逆系 $\{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\}$ 的逆极限	亦可记为 $\varprojlim X_\alpha$
$\epsilon(A)$	凸包络	convex envelope	X 内所有包含 A 的凸集之交称为 A 的凸包络	
\simeq	同伦	homotopy	若 $f, g: X \rightarrow Y$ 都是连续映射, $I = [0, 1]$, 且存在连续映射 $H: X \times I \rightarrow Y$, 使得对所有 $x \in X, H(x, 0) = f(x), H(x, 1) = g(x)$, 则 f, g 称为同伦映射, 记为 $f \simeq g: X \rightarrow Y$	这里 H 称为从 f 到 g 的一个同伦或伦移
\approx	同胚	homeomorphism	$f: X \rightarrow Y$ 是连续映射, 且 f 的逆映射连续, 则称 f 为同胚, 亦称空间 X 与 Y 同胚, 记为 $X \approx Y$	亦称拓扑映射、拓扑变换
$\ \cdot \ $	范数	norm	$\ x\ $ 表示赋范空间中 x 的范数或实空间中向量 α 的赋值. 记为 $\ \alpha\ $	欧氏空间的向量 x 的长度概念的推广
E^n	n 维欧氏空间	n -dimensional Euclidean space	$E^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$, 规定度量 $d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$	亦可记为 R^n
P^n	n 维射影空间	n -dimensional projective space	域 F 上的 n 维射影空间常记为 FP^n , 简记为 P^n , 当 F 是实数域时记为 RP^n ; 当 F 是复数域时记为 CP^n . 若 F 是四元数域 H , 记为 HP^n	
S^n	n 维球面	n -dimensional sphere	$S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid x = r\}$	
T^n	n 维环面	n -dimensional torus	圆 S^1 自身的 n 次拓扑乘积. 记为 $T^n = S^1 \times S^1 \times \dots \times S^1$	
$C_q(\cdot, \cdot)$	链群	chain group	K 是复形, $C_q(K, Z)$ 称为 K 的 q 维链群	亦可简记为 $C_q(K)$
H_n	n 维同调群	n -dimensional homology group	$H_n(K, A) = Z_n(K, A) / B_n(K, A)$ 表示复形 K 的以 A 为系数群的 n 维同调群	
H^n	n 维上同调群	n -dimensional cohomology group	$H^n(X, A) = Z^n(K, A) / B^n(K, A)$ 表示复形 K 以 A 为系数群的 n 维上同调群	
\check{H}^n	n 维切赫上同调群	n -dimensional Čech cohomology group	$\check{H}^n(X) = \varinjlim H^n(N_\lambda)$ 表示 X 的 n 维切赫上同调群	
\check{H}_n	n 维切赫同调群	n -dimensional Čech homology group	$\check{H}_n(X) = \varprojlim H_n(N_\lambda)$ 表示 X 的 n 维切赫同调群	
π_n	n 维同伦群	n -dimensional homotopy group	$\pi_n(X)$ 是映射 $(S^n, s_0) \rightarrow (X, x_0)$ 的同伦类集合	
$\pi_{n+k}(S^n)$	稳定同伦群	stable homotopy group	悬垂同态 $E: \pi_{n+k}(S^n) \rightarrow \pi_{n+k+1}(S^{n+1})$, 当 $n > k+1$ 时为同构, 称为球面的第 k 个稳定同伦群	悬垂同态亦称同纬像同态
∂	边缘算子	boundary operator	∂c 表示 c 的边缘	
δ	上边缘算子	coboundary operator	δf 表示 f 的上边缘	
Sq	斯廷罗德方形运算	Steenrod square	$Sq^i(x, y) = \sum_{j+k=i} Sq^j(x)Sq^k(y)$ 即 x 的斯廷罗德方形运算	
\mathcal{P}	斯廷罗德幂运算	Steenrod power	$\mathcal{P}_p^r(xy) = \sum_{i+j=r} \mathcal{P}_p^i(x)\mathcal{P}_p^j(y)$ 即 x 的斯廷罗德 p 次幂运算	亦可记为 St_p^r
\smile	上积	cup product	$z_1 \smile z_2$ 表示 z_1 和 z_2 的上积	
\frown	卡积	cap product	$z_1 \frown z_2$ 表示 z_1 和 z_2 的卡积	
$\omega \wedge \eta$	外积	exterior product	表示微分形式 ω, η 的外积. $\omega \wedge \eta = A_{k+l}(\omega \otimes \eta)$. 其中 A_{k+l} 是反对称化算子, ω 是 k 次矢量, η 是 l 次矢量, $\omega \wedge \eta$ 是 $(k+l)$ 次外矢量	
mesh	复形的网径	mesh diameter of a complex	单纯复形 K 中诸单形直径的最大值称为复形的网径, 即 $\text{mesh} = \max_{\sigma \in K} \{\ x - y\ \mid x, y \in \sigma\}$	
deg	映射度	degree of mapping	设 $f: S^n \rightarrow S^n$ 是映射, α 是 $H_n(S^n)$ 的生成元, 则 $f_*(\alpha) = \rho\alpha$. 其中整数 ρ 称为 f 的映射度. 记为 $\rho = \text{deg}(f)$	亦称拓扑度, 又称布劳威尔度
rel	相对于	relative	$\text{rel } A$ 表示相对于 A	

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
C	连续函数空间	continuous function space	$C[a, b]$ 表示 $[a, b]$ 上连续函数的全体	
L^p	p 次可积函数空间	integrable function space of order p	$L^p(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ ($\infty > p \geq 1$)是测度空间 $(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ 上可测而且 p 次可积函数的全体	
C^n	C^n 类函数空间	C^n class function space	$C^n[a, b]$ ($\infty > n \geq 1$)是 $[a, b]$ 上 n 阶连续可微函数的全体	
C^∞	C^∞ 类函数	function of class C^∞	对于所有 r , 函数 f 是 C^r 类的. 亦称 f 是光滑的	
C^∞	C^∞ 映射	C^∞ mapping	W, N 是微分流形, $F: W \rightarrow N, \psi \circ F \circ \varphi^{-1}: \varphi(U) \rightarrow \psi(V)$ 是 C^∞ 的. U, V 分别是 W, N 的坐标邻域	
L^∞	本性有界可测函数	essentially bounded function space	$L^\infty(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ 表示 Ω 上(关于 μ)本性有界可测函数全体	
T_2	豪斯多夫空间	Hausdorff space	设 X 为拓扑空间, 若 X 的任意两个不相同的点都有不相交的开邻域则称 X 为豪斯多夫空间	亦称 T_2 空间
R^∞	希尔伯特空间	Hilbert space	设 $x = (x_1, x_2, \dots), y = (y_1, y_2, \dots), x, y \in R^\infty$, 定义 $d = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - y_i)^2}$, 则 (R^∞, d) 称为希尔伯特空间	
Y^X	函数空间	functional space	表示所有连续函数 $f: X \rightarrow Y$ 的集合	
$N_{K,U}$	紧致开拓扑	compact open topology	$N_{K,U} = \{f: f(K) \subset U\}$, 其中 $K \subset X$ 紧致, $U \subset Y$ 为开集	
e_n^a	n 维胞腔	cell of dimension n	e_n^a 是空间 X 的子集	
CW	CW 复形	CW -complex	一个空间 X 中的 CW 复形是满足闭包有限和诱导弱拓扑两项条件的胞腔复形	
$L(p, q)$	透镜空间	lens spaces	$L(p, q) = S^3/Z_p$	
WHE	弱同伦等价公理	weak homotopy equivalence axiom	若 $f: X \rightarrow Y$ 是弱同伦等价关系, 则 $f_*: k_n(X, x_0) \rightarrow k_n(Y, f(x_0))$ 是同构	
$\tilde{K}O(X)$	$\tilde{K}O$ 群	$\tilde{K}O$ -group	表示 X 上实向量丛的所有稳定等价类集合	
$\tilde{K}(X)$	\tilde{K} 群	\tilde{K} -group	表示 X 上复向量丛的所有稳定等价类集合	
$\tilde{K}S_p(X)$	$\tilde{K}S_p$ 群	$\tilde{K}S_p$ -group	表示 X 上四元向量丛的所有稳定等价类集合	
$K(s)$	K 群	K -group	表示由半群的同态 $\varphi: S \rightarrow K(s)$ 诱导的 abelian 群	
$KO(X)$	KO 群	KO -group	$KO(X) \cong \tilde{K}O(X) \oplus KO(\{x_0\})$	
$K(X)$	K 群	K -group	$K(X) \cong \tilde{K}(X) \oplus K(\{x_0\})$	
$KS_p(X)$	KS_p 群	KS_p -group	$KS_p(X) \cong \tilde{K}S_p(X) \oplus KS_p(\{x_0\})$	
$M_1 \sim M_2$	流形的协边	cobordism of manifolds	设 M_1, M_2 都是紧致(无边)微分流形, 若存在紧致带边流形 W 与微分同胚 $\partial W \cong M_1 \times (0) \cup M_2 \times (1)$, 则称 M_1 与 M_2 协边	
MSO_n	定向协边群	oriented bordism group	表示所有定向协边类的集合	亦称 Thom 群
MO_n	非定向协边群	unoriented bordism group	表示所有非定向协边类的集合	亦称 Thom 群
MSO_*	分次交换环	graded commutative ring	$MSO_* = \sum MSO_n$	
MO_*	分次交换代数	graded commutative algebra	$MO_* = \sum MO_n$	
$MSO_n(X, A)$	定向奇异协边群	oriented singular bordism group	表示 (X, A) 中定向奇异协边类的集合	
$MSO_*(X, A)$	分次右模	graded right module	$MSO_*(X, A) = \sum MSO_n(X, A)$	
$MSO_n(Pt)$	一点的协边群	bordism group of a point	$MSO_n(Pt) = MSO_n$	
$\overline{MSO}_n(X)$	约化群	reduced group	表示增广同态 $\epsilon_*: MSO_n(X) \rightarrow MSO_n(pt)$ 的核	
$MO_n(X, A)$	非定向奇异协边群	unoriented bordism group	表示 (X, A) 中非定向奇异协边类的集合	
$MO_*(X, A)$	分次模	graded module	$MO_*(X, A) = \sum MO_n(X, A)$	

代数学(Algebra)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
max	最大或极大	maximum	$y_{\max} = a$ 表示 y 的最大(极大)值等于 a	
min	最小或极小	minimum	$y_{\min} = b$ 表示 y 的最小(极小)值等于 b	
!	阶乘	factorial	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n$	规定 $0! = 1$
!!	双阶乘	double factorial	$(2n)!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cdots \cdot (2n)$; $(2n+1)!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n+1)$	
$(a)_n$	始于 a 的 n 个实数之积	product of the n -real numbers by the beginning at a	例如, $(\sqrt{2})_4 = \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}+3)$	a 为实数, n 为自然数
C_n^p 或 $\binom{n}{p}$	二项式系数, 组合数	binomial coefficient, combinatorial numbers	表示从 n 个元素中每次取出 p 个元素的所有不同组合的总数	
P_m^n 或 A_m^n	选排列	selections permutation	$P_m^n = \frac{m!}{(m-n)!} = m(m-1)\cdots(m-n+1)$	
P_m 或 A_m	全排列	all permutation	$P_m = m!$	
H_m^n	重复组合	combination with repetition	$H_m^n = C_{m+n-1}^n = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$	
\bigcup_m^n	有重复的排列	permutation with repetition	$\bigcup_m^n = m^n$, 即从 m 个相异元素中每次取出 n 个元素允许重复排列的排列总数	亦可记为 $\Pi_m^n = m^n$
R_m^n	环排列	circular permutation	$R_m^n = \frac{P_m^n}{n} = C_m^n(n-1)!$ ($m \leq n$). 当 $m = n$ 时, $R_m^n = (m-1)!$	亦可用 $R_{m\pi}$ 和 $R_{m\lambda}$ 分别表示平面环排列与空间环排列
i	虚数单位	imaginary unit	$i = \sqrt{-1}$ ($i^2 = -1$)	电工技术中常用 j
z	复数记号	symbol of complex number	$z = a + bi$ 即实部为 a , 虚部为 b 的复数	
$\operatorname{Re} z$	z 的实部	real part of z	$z = a + bi$ ($\operatorname{Re} z = a$)	
$\operatorname{Im} z$	z 的虚部	imaginary part of z	$z = a + bi$ ($\operatorname{Im} z = b$)	
$ z $	z 的模	modulus of z	$z = a + bi$ ($ z = \sqrt{a^2 + b^2}$)	亦可用 $\operatorname{mod} z$ 表示
$\arg z$	z 的辐角	argument of z	$\varphi = \arg z$ 即复数 z 的辐角为 φ , $0 < \varphi \leq 2\pi$	
\bar{z}	z 的共轭复数	conjugate complex number of z	设 $z = a + bi$, 则 $\bar{z} = a - bi$ 称为 z 的共轭复数	亦可用 z^* 表示
$\operatorname{sgn} z$	z 的单位模函数	signum z	$\operatorname{sgn} z = \begin{cases} z/ z & (z \neq 0), \\ 0 & (z = 0) \end{cases}$	
$\det A$	方阵的行列式	determinant of a square matrix	设 A 为方阵, 则 $\det A$ 表示 A 的行列式	A 的行列式亦可用 $ A $ 表示
$\ A\ $	范数	norm	矩阵 A 的范数为 $\ A\ = (\operatorname{Tr}(AA^T))^{\frac{1}{2}}$	范数有各种定义
$A_{m \times n}$ 或 $(a_{ij})_{m \times n}$	矩阵	matrix	$A_{m \times n}$ 表示一个 m 行 n 列的矩阵, $(a_{ij})_{m \times n}$ 表示 (i, j) 元素是 a_{ij} 的 m 行 n 列矩阵	
$\operatorname{diag}\{\cdots\}$ 或 $[\cdots]$	对角矩阵	diagonal matrix	表示主对角线上元素为 $d_{11}, d_{12}, \cdots, d_{nn}$, 其余元素全为零的方阵	
I 或 E	单位矩阵	unit matrix	表示主对角线上的元素都是 1, 其他元素都是零的方阵, 用 I 或 E 表示, 称为单位矩阵	
A^{-1}	方阵 A 的逆	inverse of the square matrix A	设方阵 A 的行列式 $ A \neq 0$, 则 $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, 其中 I 为单位方阵	
A^T 或 A'	A 的转置矩阵	transposed matrix of A	把矩阵 A 的行换成同序数的列, 得到的新矩阵, 称为 A 的转置矩阵	亦可表示成 \bar{A}
$A \geq 0$	非负矩阵	nonnegative matrix	实矩阵 A 中每个元素都是非负的	
$A > 0$	正矩阵	positive matrix	实矩阵 A 中每个元素都是正的	
α^*	不增向量	nonincreasing vector	设 $\alpha = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 是一个实向量. 若 $a_1^*, a_2^*, \cdots, a_n^*$ 是 a_1, a_2, \cdots, a_n 的一个排列且满足 $a_1^* \geq a_2^* \geq \cdots \geq a_n^*$, 则称 $\alpha^* = (a_1^*, a_2^*, \cdots, a_n^*)$ 是 α 的不增向量	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\prec	优于	major than	设 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n), \beta = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ 是两个非负实向量, 如果 $a_1^* \leq b_1^*, \dots, a_1^* + a_2^* + \dots + a_{n-1}^* \leq b_1^* + b_2^* + \dots + b_{n-1}^*, a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, 则称 β 优于 α , 记为 $\alpha \prec \beta$	
Per A	积和式	formula of sum of products	A 是 $m \times n$ 复矩阵, $m \leq n$, $\text{Per } A = \sum_{\sigma} \prod_{i=1}^m a_i \sigma(i)$ 称为 A 的积和式, 其中 Σ 是对 $\{1, 2, \dots, m\}$ 到 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的一切映射 σ 求和	
$\sigma(A)$	A 的元素的和	sum of elements of A	表示矩阵 A 的所有元素之和	
$\rho(A)$	谱半径	spectral radius	设 A 为 n 阶复矩阵, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为其全部特征根, 则 $\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq n} \lambda_i $ 称为 A 的谱半径	
(i, j)	(i, j) 元素	(i, j) element	表示矩阵或行列式第 i 行第 j 列交叉位置上的元素	亦称 (i, j) 分量
A_{ij}	代数余子式	algebraic complement minor	在一个行列式中, (i, j) 元素的代数余子式	
A^*	伴随矩阵	adjoint matrix	由 n 阶方阵 A 的所有元素的代数余子式 A_{ij} 为元素所构成的 n 阶方阵 (A_{ij} 置于第 j 行第 i 列交叉位置上)	亦可用 \bar{A} 或 $\text{adj } A$ 表示
\bar{A}	增广矩阵	augmented matrix	在一个线性方程组的系数矩阵中, 再在最后增加由常数项构成的列, 所得到的矩阵	亦可用 \bar{A} 表示
E_{ij}	矩阵单位	matrix unit	(i, j) 元素是 1, 其余元素全是零的矩阵. 其中, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$	多指方阵
Tr A	方阵的迹	trace of a square matrix	方阵 A 的主对角线上所有元素之和	亦称迹
rank (A)	矩阵的秩	rank of matrix	矩阵 (不一定是方阵) A 中不等于零的子式的最大阶数称为 A 的秩, 零矩阵的秩规定是零	亦可用 $r(A)$ 、“秩 A ”或“ A 秩”表示
$M_n(F), F^{n \times n}$ $F_{n \times n}, F_n$	n 阶全阵环	total matrix ring of order n	域 F 上全体 n 阶方阵对方阵的加法和乘法组成的环	更一般地, 可把域 F 换成任意环 R
$A \otimes B$	矩阵的直积	direct product of matrices	设 $A = (a_{ij})_{m \times n}, B = (b_{ij})_{r \times s}$, 则 $mr \times ns$ 矩阵称为 A 与 B 的直积, 记为 $A \otimes B$	亦称 Kronecker 积.
$+$	方阵的直和	direct sum of a square matrix	设 A 为 nk 阶方阵. 若 A 中表示成主对角线是 k 个 n 阶方阵 A_1, A_2, \dots, A_k , 而其余块全为零的分块, 则称 A 为 A_1, A_2, \dots, A_k 的直和, 记为 $A = A_1 + A_2 + \dots + A_k$	
\bar{A}	A 的复共轭矩阵	complex conjugate matrix of A	将复矩阵 A 的每个元素换成共轭复数所得矩阵记为 \bar{A} , 称为矩阵 A 的复共轭矩阵	
$\overline{A^+}, \overline{A^H}$	埃尔米特共轭矩阵	Hermitian conjugate matrix	矩阵 A 的复共轭矩阵 \bar{A} 的转置矩阵 $\overline{A^T}$, 称为 A 的埃尔米特共轭矩阵	
A^+, A^H	埃尔米特矩阵	Hermitian matrix	若 n 阶矩阵 A 与它的转置共轭矩阵 $\overline{A^T}$ 相等, 则 A 称为埃尔米特矩阵	
δ_{ik}	克罗内克 δ	Kronecker's delta	$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & (i=k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases} \quad (i, k = 1, 2, \dots, n)$	
$R[x]$	多项式环	polynomial ring	系数属于环 R 、未知量 (不定元) 为 x 的全体多项式, 对于多项式的普通加法和乘法组成的环	如果 R 有单位元 1, 则规定 $x^0 = 1$
$R[x_1, x_2, \dots, x_n]$	n 元多项式环	n -ary polynomial ring	系数属于环 R 、未知量为 x_1, x_2, \dots, x_n (不相关不定元) 的全体多项式, 对于多元多项式的普通加法和乘法组成的环	如果环 R 有单位元 1, 则规定 $x_i^0 = 1$, 且 $x_i x_j = x_j x_i$
deg $f(x)$	多项式的次数	degree of a polynomial	表示多项式 $f(x) \neq 0$ 中系数不为零的项中最高次项的次数	亦可用 $\partial^\circ f(x)$ 表示
$\Phi_n(x)$	分圆多项式	cyclotomic polynomial	$\Phi_n(x) = \prod_{i=1}^{\varphi(n)} (x - \xi_i)$ 称为 n 次分圆多项式, 其中 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{\varphi(n)}$ 为 n 次原根	
$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$	初等对称多项式	elementary symmetrical polynomials	例如, x_1, x_2, x_3 的初等对称多项式为: $\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3, \sigma_2 = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3, \sigma_3 = x_1 x_2 x_3$	
$(f_1(x), \dots, f_n(x))$	最高公因式	highest common factor	首系数为 1 且次数最高的公因式	亦称最大公因式
$[f_1(x), \dots, f_n(x)]$	最低公倍式	least common multiple	首系数为 1 且次数最低的公倍式	亦称最小公倍式

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(f(x), g(x)) = 1$	互素	coprime	多项式 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的最高公因式是 1	
$(f_1(x), \dots, f_n(x)) = 1$	两两互素	mutually prime	多项式 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ 中每两个都是互素的	
$F(x)$	有理分式域	rational fraction field	域 F 上所有有理分式 $f(x)/g(x) (g(x) \neq 0)$ 关于有理分式的加法和乘法所组成的域	
(a_1, a_2, \dots, a_n)	行向量	row vector	分量是 a_1, a_2, \dots, a_n 并排成一横行的 n 元向量	
$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$	列向量	column vector	分量是 a_1, a_2, \dots, a_n 并排成一纵列的 n 元向量	
$\tau(i_1, i_2, \dots, i_n)$	反序数	inverted sequence number	n 个数 $1, 2, \dots, n$ 的一个全排列 i_1, i_2, \dots, i_n 中反序个数的总和. 例如 $\tau(231) = 2, \tau(321) = 3$	亦称逆序数
(i_1, i_2, \dots, i_k)	k 循环	k -cyclic(permutation)	即将 i_1 变为 i_2, i_2 变为 i_3, \dots, i_k 变为 i_1 , 而别的元素不动的置换	
$\text{sgn } \sigma$	置换的符号数	symbol number of permutation	设 σ 是一个置换, 令 $\text{sgn } \sigma = \begin{cases} +1 & (\sigma \text{ 是偶置换}) \\ -1 & (\sigma \text{ 是奇置换}) \end{cases}$	
(i, j)	对换	transposition	即将数码 i 变为 j, j 变为 i , 而别的数码不动的置换	
K^n	向量空间	vector space	以 K 为基域的 n 元向量的集合 K^n . 称为 K 上的向量空间或线性空间	当 $K = R$ 时记为 R^n , 当 $K = C$ 时记为 C^n , 有时表示成 V
$\alpha \perp \beta$	正交向量	orthogonal vectors	内积为零的两个向量	
$\alpha \perp W$	向量与子空间正交	a vector cut a subspace orthogonally	欧氏空间中向量 α 与子空间 W 中每个向量都正交	亦可表示成 $(\alpha, W) = 0$
$V_1 \perp V_2$	正交子空间	orthogonal subspaces	V_1 与 V_2 是欧氏空间的两个子空间, 若 V_1 中每个向量与 V_2 中每个向量都正交, 则称 V_1 与 V_2 为正交子空间	
W^\perp	正交补	orthogonal complement	W 是欧氏空间 V 的一个子空间, W^\perp 表示 V 中与 W 正交的一切向量所构成的子空间	
$\varphi _W$	诱导变换	induced transformation	φ 是线性空间 V 的一个线性变换, 子空间 W 对 φ 不变, 则 φ 在 W 上的限制称为 φ 在 W 中的诱导变换	
\leq	子群	subgroup	$H \leq G$ 即 H 是群 G 的子群	亦可用 $<$ 表示子群或真子群
\trianglelefteq	正规子群	normal subgroup	$N \trianglelefteq G$ 即 N 是群 G 的正规子群	亦可用 $<$ 表示正规子群或正规真子群
$\exp(G)$	有限群的指数	exponent of a finite group	设 G 是有限群, 使 $a^n = 1 (\forall a \in G)$ 的最小正整数 n , 称为 G 的方次数	
$O_p(G)$	极大正规 p 子群	maximal normal p -subgroup	群 G 的极大正规子群且为 p 子群	
M^G	正规闭包	normal closure	群 G 的包含子集 M 的最小正规子群	
M_G	子集的核	core of subset	设 M 是群 G 的子集, 则 G 的包含在 M 中的所有正规子群生成的子群称为 M 的核	
$\text{Hchar}G$	特征子群	characteristic subgroup	群 G 的在 G 的任意自同构下不变的子群	
$\text{Syl}_p(G)$	西洛 p 子群	sylow p -subgroup	表示有限群 G 的一个西洛 p 子群, 其中 p 是素数	
$S(G)$	基座	socle	群 G 的所有极小正规子群之积	
$\text{Fit}(G)$	菲廷子群	Fitting subgroup	群 G 的所有幂零正规子群之积	
$R_u(G)$	幂么根基	unipotent radical	代数群 G 的最大连通正规幂么子群	
$R(G)$	代数群的根基	radical of an algebraic group	代数群 G 的最大连通正规可解子群	
\otimes, \times	群的直积	direct product of groups	$G = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$ 或 $G = G_1 \otimes G_2 \otimes \dots \otimes G_n$ 表示群 G 是群 G_1, G_2, \dots, G_n 的直积	群的直积有内外之分. 但在同构意义下可互相转化
$[X, Y]$	李括号	Lie bracket	$[X, Y]_\rho(f) = X_\rho(Yf) - Y_\rho(Xf)$	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$H \ltimes K$	半直积	semidirect product	$G/\bar{N} \cong F$, 其中 \bar{N} 是与 N 同构的正规子群, $G = \bar{F}\bar{N}$, 其中 \bar{F} 是与 F 同构的子群. $\bar{F} \cap \bar{N} = \{e\}$ 此时 G 称为 N 与 F 的半直积	
$N_G(H)$	正规化子	normalizer	群 G 中所有可与子群 H 交换的元素组成的集合	定义子集 S 的正规化子为 $N_G(S)$
$C_G(H)$	中心化子	centralizer	群 G 中所有与子群 H 的每个元素可交换的元素组成的集合	亦可表成 $Z_G(H)$
C_a	元素的中心化子	centralizer of an element	设 a 是群 G 的一个元素, 则 G 中所有与 a 可交换的元素组成的集合	亦可记为 $C(a)$
$C(G)$	群的中心	center of a group	群 G 中与 G 的每个元素都可换的元素组成的集合	$C(G)$ 即 $C_G(G)$. 亦可用 $Z(G)$ 表示
$[a, b]$	换位子	commutator	群 G 中二元素 a 与 b 的换位子是指 G 中元素 $a^{-1}b^{-1}ab$, 即 $[a, b] = a^{-1}b^{-1}ab$	换位子亦可定义为 $[a, b] = aba^{-1}b^{-1}$
$G', (G, G)$	换位子群	commutator group	由群 G 的一切换位子所生成的子群	亦称 G 的导出群或导群, 并记为 $D(G)$
$[A, B]$	A 与 B 的换位子群	commutator subgroup of A and B	A, B 是群 G 的两个子集. 由所有换位子 $[a, b] (a \in A, b \in B)$ 所生成的子群	
$(G : H), [G : H]$ 或 $ G : H $	子群的指数	index of a subgroup	子群 H 在群 G 中左(或右)陪集的个数. 例如, $H = \{(1), (12)\} \subset S_3, (S_3 : H) = 3$	$(G : H)$ 可能有限, 也可能无限
$\Phi(G)$	弗拉蒂尼子群	Frattni subgroup	群 G 的所有极大子群的交	
$S(M), S_M$	对称群	symmetric group	集合 M 的全体双射变换对变换乘法所组成的群, M 可以是无限集	亦可表成 $\text{sym}(M)$
S_n	n 次对称群	symmetric group of degree n	设 $ M = n$, 则 M 上的对称群即 M 的全体双射变换对变换乘法组成的群, 称为 n 次对称群	一般取 $M = \{1, 2, \dots, n\}$
A_n	交错群	alternating group	n 次对称群 S_n 中全体偶置换组成的群, 称为 n 次交错群, 简称交错群	亦称交代群
p^∞	p^∞ 型群	group of p^∞ -type	$G = \bigcup_{n=1}^{\infty} G_n$, 其中 G_n 为所有 p^n (p 是素数) 次单位根对乘法组成的群. 凡与 G 同构的群均称为 p^∞ 型群	亦称半循环群
$C(p^\infty)$	普吕费尔加群	prüfer additive group	设 p 是一固定素数, 则所有形如 a/p^n (n 为任意正整数, a 为任意整数) 的有理数组成加群, 它对于其子群 Z (整数加群) 的商群(或称差群)称为普吕费尔加群	
$ a $	元素的阶	order of the element	设 a 是群的元素. 使 $a^n = e$ 的最小正整数 n , 称为 a 的阶或周期. 若这样的 n 不存在, 则称 a 的阶是 ∞ 或 0	亦可用 $\circ(a)$ 表示
$ G $	群的阶	order of a group	群 G 中所包含的元素的个数. 例如, $ S_3 = 6$; 整数加群 Z 的阶为 ∞ , 即 $ Z = \infty$	群 G 的阶也可记为 $\text{Ord}(G)$, 而有限群 G 的阶也记为 $[G : 1]$
$\langle S \rangle$	由 S 生成的子群	generated subgroup by S	$\langle S \rangle$ 是群 G 中包含子集 S 的最小的子群, 亦即 G 中包含 S 的所有子群的交. 亦用 (S) 表示	当 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 时, 常记为 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ 或 (a_1, a_2, \dots, a_n)
$\text{Tor}G$	扭子群	torsion subgroup	群 G 的所有有限阶元素组成的子群, 称为 G 的扭子群	亦称周期子群或挠子群
$\langle a \rangle$	循环群	cyclic group	由一个元素生成的群称为循环群. 即 $\langle a \rangle = \{\dots a^{-2}, a^{-1}, e, a, a^2, \dots\}$	亦可用 (a) 表示循环群
C_n	n 阶循环群	cyclic group of order n	由一个阶为 n 的元素生成的循环群	
C_∞	无限循环群	infinite cyclic group	由一个阶为无限的元素生成的循环群记为 C_∞	
\hookrightarrow	单同态	monomorphism	若 φ 是模 A 到 B 同态映射, 而且又是单射时, 记为 $A \xrightarrow{\varphi} B$ 或 $\varphi: A \hookrightarrow B$	多用在同调代数中模的同态上
\twoheadrightarrow	满同态	surjective homomorphism	若 φ 是模 A 到 B 的同态映射, 而且又是满射时, 记为 $A \xrightarrow{\varphi} B$ 或 $\varphi: A \twoheadrightarrow B$	多用在同调代数中模的同态上
$\leftrightarrow, \rightleftarrows$	双射	bijection	表示集合 M 与 \bar{M} 间一个双射. 例如, 设 $M = \{1, 2, 3, \dots\}, \bar{M} = \{2, 4, 6, \dots\}$, 则 $\varphi: n \leftrightarrow 2n$ 是双射	
\simeq	同态	homomorphism	$G \xrightarrow{\varphi} \bar{G}$ 表示 φ 是群 G 到群 \bar{G} 的一个同态. 有时也简记为 $G \simeq \bar{G}$	在环或其他代数系也有类似说法

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\cong	同构	isomorphism	$G \cong \bar{G}$, 表示群 G 与群 \bar{G} 同构, 即群 G 到群 \bar{G} 存在一个保持运算的双射	对环、域、模等代数系的同构, 亦用符号 \cong , \cong 或 \simeq 表示同构
a^φ	元素的像	image of an element	φ 是集合 A 到 B 的一个映射, $a \in A$. 元素 a 在映射 φ 之下的像, 一般用 $\varphi(a)$ 表示. 亦用 a^φ 或 $a\varphi$ 表示	
G_a	稳定子群	stable subgroup	设 G 是 n 元集 $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 上的置换群, $a \in \Omega$, 则 $G_a = \{g \mid g \in G, a^g = a\}$, 即 G 中一切使 a 不动的置换组成的集合	G_a 是群 G 的一个子群
a^G	像的集合	set of image	设 G 是 n 元集 $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 上的置换群, $a \in \Omega$, 则 $a^G = \{a^g \mid g \in G\}$	a^G 是 Ω 的一个子集, 且 $ G = G_a \cdot a^G $
$\text{End } G$	自同态半群	endomorphism semi-group	群 G 的全体自同态对变换的乘法组成的半群	亦可记为 $E(G)$
$\text{Aut } G$	自同构群	automorphism group	群 G 的全体自同构对变换乘法组成的群	亦可简记为 $A(G)$
$\text{Inn } G$	内自同构群	inner automorphism group	G 是群, $a \in G, \tau_a: x \rightarrow axa^{-1}$ 是 G 的一个内自同构. G 的全体内自同构组成一个群, 称为 G 的内自同构群	亦可简记为 $I(G)$. 也把 axa^{-1} 写成 $a^{-1}xa$
$\text{Out}(G)$	外自同构群	group of outer automorphisms	群 G 的自同构群 $\text{Aut}(G)$ 对于 G 的内自同构群 $\text{Inn}(G)$ 的商群, 称为 G 的外自同构群	
$R(G)$	右正则表示	right regular representation	G 为群, G 上一切置换 $\tau_g = \begin{pmatrix} x \\ xg \end{pmatrix} (g \in G)$ 组成的集合, 称为群 G 的右正则表示	$R(G)$ 是 G 上对称群的子群
$\text{Hol } G$	全形	holomorph	$S(G)$ 为群 G 上的对称群, $R(G)$ 为 G 的右正则表示, $R(G)$ 在 $S(G)$ 中的正规化子称为群 G 的全形	
$\text{GL}_n(F), \text{GL}(n, F)$	一般线性群	general linear group	域 F 上全体 n 阶可逆方阵对乘法组成的群, 称为域 F 上的一般线性群, 它与域 F 上的 n 维空间 V 的全体可逆线性变换组成的乘群 $\text{GL}(V)$ 同构, 故 $\text{GL}(V)$ 亦称一般线性群	
$\text{PGL}_n(F)$	射影一般线性群	projective general linear group	域 F 上 n 次一般线性群 $\text{GL}_n(F)$ 关于其中心所得的商群, 称为 F 上射影一般线性群	
$\text{SL}_n(F), \text{SL}(n, F)$	特殊线性群	special linear group	表示域 F 上行列式等于 1 的全体 n 阶方阵对乘法组成的群	$\text{SL}_n(F)$ 是 $\text{GL}_n(F)$ 的正规子群
$\text{PSL}_n(F)$	射影特殊线性群	projective special linear group	特殊线性群 $\text{SL}_n(F)$ 关于其中心所得的商群, 称为域 F 上的射影特殊线性群	
$O_n(F, S)$	正交群	orthogonal group	F 是特征不为 2 的域, S 是 F 上任意一个固定的 n 阶可逆对称矩阵, $O_n(F, S) = \{A \mid A \in F_n \times_n \text{ 且 } A'SA = S\}$ 是一个群, 称为 F 上(由 S 定义的) n 次正交群	
$O(n), O_n$	实正交群	real orthogonal	由实数域上所有 n 阶正交方阵 ($A' = A^{-1}$) 对乘法组成的群, 称为 n 次实正交群	
$\text{SO}(n)$	旋转群	rotation group	由实数域上所有行列式等于 1 的 n 阶正交方阵对乘法组成的群, 称为 n 次旋转群	
$\text{PO}_n(F, S)$	射影正交群	projective orthogonal group	正交群 $O_n(F, S)$ 关于其中心的商群	
$\text{SP}_{2n}(F, J)$	辛群	symplectic group	J 是域 F 上 $2n$ 阶可逆交错矩阵 $F_{2n \times 2n}$ 中满足 $A'JA = J$ 的一切 A 组成的群, 称为 F 上的 $2n$ 次辛群	
$\text{PSP}_{2n}(F, J)$	射影辛群	projective symplectic group	辛群 $\text{SP}_{2n}(F, J)$ 关于其中心的商群	
$U_n(F, K)$	酉群	unitary group	元素为复数的 n 阶酉矩阵的全体关于矩阵的乘法组成群, 称为 n 维酉群	
SU	特殊酉群	special unitary group	$U(u)$ 中行列式等于 1 的所有矩阵形成 $U(u)$ 的正规子群, 称为特殊酉群	
Spin	旋量群	spinor group	与 $\text{SO}(n)$ 局部同构的单连通李群称为旋量群	
$\langle R, +, \cdot \rangle$	环	ring	非空集合 R 关于运算“+”与“ \cdot ”组成的环记为 $\langle R, +, \cdot \rangle$, 也常简记为 R	
\leq	子环	subring	$S \leq R$ 表示 S 是环 R 的子环	亦可用 $<$ 表示子环或真子环
$\text{Char } R$	特征(数)	character	R 为任意环. 使 $na = 0 (\forall a \in R)$ 的最小正整数 n , 称为 R 的特征. 若这样的 n 不存在, 称 R 的特征为 ∞ 或 0, 例如, $\text{Char } \mathbb{Z}_n = n, \text{Char } \mathbb{Z} = \infty$	亦称特征数, 环 R 的特征亦用 $\text{ch}R$ 表示

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$U(R), R^*$	单位群	unit group	R 是有单位元的环, R 的全体单位(即可逆元)对 R 的乘法组成群, 称为 R 的单位群. 例如, 整数环 \mathbb{Z} 的单位群为 $U(\mathbb{Z}) = \{1, -1\}$	R 的单位群亦称 R 的乘群
R^0	逆环	inverse ring	R 为环. 如果保持 R 的加法不变, 而乘法改为 $a \circ b = ba$, 则 R 对于原加法和新乘法也组成环, 称为 R 的逆环	亦称反环, 并记为 R^{op}
$\mathbb{Z}[i]$	高斯整环	Gaussian integral domain	由一切复数 $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) 所组成的数环	
$R[G]$	群环	group ring	设 R 是有单位元的环, G 为群, 一切有限和 $\sum a_i x_i$ ($a_i \in R, x_i \in G$) 关于其(类似于多项式的)加法与乘法组成的环	亦可记为 $R(G), RG$ 或 GR
$F(G)$	群代数	group algebra	域 F 和群 G 构成的群环 $F[G]$, 再加上 F 中元素与有限和 $\sum a_i x_i$ ($a_i \in F, x_i \in G$) 的乘法而得到的 F 上的代数	
$J(R)$	雅各布森根	Jacobson radical	环 R 的所有本原理想的交, 称为 R 的雅各布森根. 当 R 无本原理想时, 规定: $J(R) = R$	亦简称 J 根, 有多种定义方法
\triangle	理想	ideal	$I \triangle R$ 表示 I 是环 R 的理想	亦可用 \triangle 表示理想或真理想
$\langle a \rangle$	主理想	principal ideal	环中包含元素 a 的最小理想	亦可用 $\langle a \rangle$ 表示
\oplus 或 $\dot{+}$	环的直和	direct sum of rings	$R = R_1 \oplus R_2 \oplus \dots \oplus R_n$ 或 $R = R_1 \dot{+} R_2 \dot{+} \dots \dot{+} R_n$, 即环 R 是 R_1, R_2, \dots, R_n 的直和	对于加群的直积也常称为直和; 又子空间的直积, 都常用 \oplus 或 $\dot{+}$ 表示
\sqrt{A}	理想的根	radical of an ideal	A 为交换环 R 的理想. $\sqrt{A} = \{a a \in R, \exists n \text{ 使 } a^n \in A\}$ (n 与 a 有关), 称为理想 A 的根	亦称理想 A 的根基
$\langle S \rangle$	由 S 生成的理想	generated ideal by S	S 是环 R 的一个子集, $\langle S \rangle$ 是 R 中包含 S 的最小理想, 亦即 R 中包含 S 的所有理想的交	当 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 时, 常记为 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ 或 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$
AB	理想的积	product of ideals	A, B 是环 R 的理想, 则一切有限和 $\sum a_i b_i$ ($a_i \in A, b_i \in B$) 组成 R 的一个理想, 称为理想 A 与 B 的积	AB 是由一切元素 ab ($a \in A, b \in B$) 生成的理想
$A : B$	理想的商	quotient of ideals	设 A, B 是交换环 R 的理想, 则 R 中满足 $xB \subseteq A$ 的一切元素 x 组成 R 的理想, 称为 A 与 B 的商	
$O : B$	零化理想	annihilating ideal	设 B 是交换环 R 的理想, 则 R 中满足 $xB = 0$ 的一切元素 x 组成的理想, 称为 B 的零化理想	当 R 为非交换时, $O : B$ 是 R 的左理想
$l(S), \text{ann } S_l$	左零化子	left annihilator	环 R 中使 $rS = 0$ 的一切 r 组成的集合	$l(S)$ 是 R 的左理想
$r(S), \text{ann } S_r$	右零化子	right annihilator	环 R 中使 $Sr = 0$ 的一切 r 组成的集合	$r(S)$ 是 R 的右理想
N_K	克德根	Köthe radical	环 R 的最大幂零元理想, 称为 R 的克德根, 简称 K 根	
N_Q	近似幂零根	quasi-nil radical	环 R 的全部近似幂零单边理想之和, 称为 R 的近似幂零根	
N_L	林文茨基根	Livitzki radical	环 R 的惟一最大局部幂零理想称为 R 的林文茨基根	
N_{BM}	布朗-麦柯根	Brown-McCooy radical	环 R 的最大 g 正则理想, 称为 R 的布朗-麦柯根	
$F(\alpha)$	单扩张	simple extension	包含域 F 和元素 α 的最小扩域	亦称单扩域
$F(S)$	域的扩张	extension of a field	E 是域 F 的扩域, S 是 E 的一个子集, E 中包含 F 和 S 的最小域记为 $F(S)$, 它是域 F 的扩张	当 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 时, 则 $F(S)$ 记为 $F(a_1, a_2, \dots, a_n)$
$(E : F), [E : F]$	扩域次数	degree of an extended field	E 是域 F 的扩域, 则 E 是域 F 上的向量空间. E 在 F 上的维数称为扩域的次数或扩张次数	$(E : F)$ 可能有限, 也可能无限
$A(E F)$	E 在 F 上的伽罗瓦群	Galois group of E over F	F 是域 E 的子域, $A(E F)$ 是 E 的使 F 的每个元素不动的全体自同构组成的群	
$E(G_1)$	子群 G_1 所属的域	field belong to subgroup	E 是域 F 的扩域, 又 $G = A(E F) \geq G_1$, E 中所有对于 G_1 中任一元都不动的元是 E 的子域, 称为子群 G_1 所属的域	$F \subseteq E(G_1) \subseteq E$
$G(E_1)$	子域 E_1 所属的群	group belong to subfield	假设同上, 又 E_1 是 E 的子域且 $F \subseteq E_1 \subseteq E$. 则 G 中所有不使 E_1 中任意元变动的元素之集是 G 的子群, 称为子域 E_1 所属的群	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$F_q, GF(q)$	有限域	finite field	F_q 或 $GF(q)$ 表示元素个数为 q 的有限域	元素个数相同的有限域都同构
\mathbb{Q}_p	p 进数域	p -adic number field	表示有理数域在 p 进赋值下的完备化域	p 为素数
\mathbb{Z}_p	p 进整数环	ring of p -adic integers	全体 p 进整数组成的环, 称为 p 进整数环	p 为素数
$K[[\]]$	形式幂级数环	formal power series ring	$K[[x_1, x_2, \dots, x_n]]$ 表示系数在域 K 中的形式幂级数环	亦可表示成 $R\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
$G, U(A)$	分次单位群	graded unit group	G 为群, $U(A)$ 是 G 分次代数 $A = \bigoplus_{g \in G} A_g$ 的单位群. A 的一切分次单位组成 $U(A)$ 的一个子群	
$GS(V)$	半线性变换群	semilinear transformation group	V 是域 F 上的向量空间, V 的一切非奇异半线性变换组成群, 称为半线性变换群	
$J_G(M)$	雅各布森分次根	Jacobson graded radical	R 为 G 分次环, M 为分次 R 模. M 的一切分次极大模的交, 称为 M 的雅各布森分次根	
δ	导子	derivation	环 R 的导子, 即 R 的满足 $\delta(a+b) = \delta a + \delta b$ 与 $\delta(ab) = (\delta a)b + a(\delta b)$ 的变换 δ	
$D(A)$	A 上微分算子环	ring of differential operators over A	称 $\bigcup_{i=0}^{\infty} D^i(A)$ 为 A 上线性微分算子环	
$\deg A$	代数 A 的次数	degree of algebra A	设 A 是域 F 上中心单代数, 且 $(A:F) = m^2$, 则称 m 为 A 的次数	
$\text{Ind} A$	舒尔指数	Schur index	A 是域 F 上有限维中心单代数, 且 $A \cong M_n(D)$, 其中 D 是 F 上可除代数, 称 $\deg D$ 为 A 的舒尔指数	
$\text{Bsi} A$	次理想	subideal	设 B 是代数 A 的一个子代数, 若有 $B = B_0 \subseteq \dots \subseteq B_n = A$, 其中 B_i 是 B_{i+1} 的理想, 则称 B 是 A 的次理想	
Δ_T	T 理想	T-ideal	设 I 是代数 A 的一个理想. 如果对 A 的每个自同态 φ 均有 $\varphi(I) \subseteq I$, 则称 I 为 A 的 T 理想	
$S^{-1}R$	分式环	ring of fractions	设 R 是有单位元的交换环, S 是 R 的乘闭子集. 则一切 $a/s (\forall a \in R, s \in S)$ 关于分式的加法和乘法组成环, 称为 R 关于 S 的分式环	
$P^{(n)}$	符号幂	symbolic power	设 P 是有单位元的交换环 R 的素理想, $S_P = R \setminus P$. 称 $S_P^{-1}P^n$ 在 R 中的收缩理想为 P 的 n 次符号幂	
(x, y, z)	结合子	associator	称 $(xy)z - x(yz)$ 为非结合代数中三个元素 x, y, z 的结合子	
$\text{Der}(R)$	导子李环	Lie ring of derivations	结合环 R 的导子在加法与乘法 $[\delta_1, \delta_2] = \delta_1\delta_2 - \delta_2\delta_1$ 之下组成的李环, 称为导子李环	
$\text{Corad}(C)$	余代数的余根	coradical of coalgebra	余代数 C 的所有单子余代数的和, 称为 C 的余根	
$l(K F)$	F 共轭映射数	number of F -conjugate mapping	设 Ω 是域 F 的扩域 K 的代数闭包, 则 K 到 Ω 的一切 F 共轭映射的个数记为 $l(K F)$	
$\text{tr. deg}_F K$	超越次数	transcendence degree	域 F 的扩域 K 的超越基的基数称为 K 在 F 上的超越次数	
$N_F^K(\alpha)$	α 的范	norm of α	K 是域 F 的有限次扩域, Ω 是 F 的含 K 的代数闭包; 又 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ 为 K 到 Ω 的一切互异的 F 共轭映射, 则 $N_F^K(\alpha) = (\prod_{j=1}^m \sigma_j(\alpha))^{[K:F]}$ 称为 K 中元 α 的范	
$T_F^K(\alpha)$	α 的迹	trace of α	K 是域 F 的有限次扩域, Ω 是 F 的含 K 的代数闭包; 又 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ 为 K 到 Ω 的一切互异的 F 共轭映射, 则 $T_F^K(\alpha) = [K:F] \cdot \sum_{j=1}^m \sigma_j(\alpha)$ 称为 K 中元 α 的迹	
X_F	正锥集	set of positive cone	X_F 表示实域 F 的全部正锥组成的集合	
$X_F(T)$	序空间	space of orderings	T 是实域 F 的一个亚正锥, $X_F(T)$ 表示 F 上所有包含 T 的正锥所组成的集合, 称为亚序域 (F, T) 的序空间	
$H(F)$	实全纯环	real holomorphic ring	实域 F 的所有实赋值环的交是 F 的一个子环, 称为 F 的实全纯环	
(F, φ)	赋值域	valued field	带有赋值 φ 的域 F , 称为赋值域	带有赋值环 B 的域 F 记为 (F, B)
M_R	右 R 模	right R -module	R 是有单位元的环, M_R 是右 R 模, 即作用乘法为 $ar (a \in M, r \in R)$	类似地有左 R 模 ${}_R M$

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\hookrightarrow	子模	submodule	$A \hookrightarrow M$ 表示 A 是模 M 的一个子模	
\rightarrow	小子模	small submodule	设 A 是模 M 的一个子模. 如果对 M 的任意子模 Z 有 $A + Z = M$ 必有 $Z = M$, 则称 A 为 M 的小子模, 记为 $A \rightarrow M$	即只有 M 才使 $A + M = M$ 的子模 A 称为小子模
\twoheadrightarrow	大子模	large submodule	设 A 为模 M 的子模, 若对 M 的任意子模 Z 有 $A \cap Z = 0$ 必有 $Z = 0$, 则称 A 为 M 的大子模, 记为 $A \twoheadrightarrow M$	即只有 $\{0\}$ 使 $A \cap \{0\} = 0$ 的子模 A 称为大子模
$\text{Si}(M)$	奇异子模	singular submodule	设 M 为右 R 模, M 中所有使 $r_r(m) \twoheadrightarrow R_R$ 的 m 组成的集是 M 的子模, 称为奇异子模, 其中 $r_r(m) = \{r r \in R, mr = 0\}$	
$\text{ann}_R x$	阶理想	order ideal	设 R 是有 1 环, M 是左 R 模, $x \in M$, 记 $\text{ann}_R x = \{a \in R ax = 0\}$, 称为 x 在 R 中的阶理想	亦称为 x 在 R 中的零化子. 记为 $(0 : x)$
M^+	特征模	character module	M 是左 R 模, $M^+ = \text{Hom}_Z(M, Q/Z)$ 对于 $(f \circ r)(x) = f(rx) (f \in M^+, r \in R, x \in M)$ 组成右 R 模, 称为 M 的特征模	
$\text{G. dim}(M)$	戈迪维数	Goldie dimension	若 R 模 M 有子模 U_1, U_2, \dots, U_n 使 $\sum_{i=1}^n U_i$ 为直和且为 M 的本质子模, 则称 n 为 M 的戈迪维数	
$R\text{-Mod}$	R 模范畴	category of R -modules	所有左 R 模构成的范畴, 称为左 R 模范畴	
$H^n(X)$	上调模	cohomology modules	令 $X_1 \cdots \rightarrow X^{n-1} \xrightarrow{d^{n-1}} X^n \xrightarrow{d^n} X^{n+1} \rightarrow \cdots$ 是环 R 上的复形, $H^n(X) = \ker d^n / \text{Im} d^{n-1}$, 称为 X 的上调模	
$\text{Ext}_R^n(M, -)$	函子 Ext	functor Ext	设 M 是右 R 模, 用 $\text{Ext}_R^n(M, -)$ 表示 $\text{Hom}_R(M, -)$ 的右导出函子	
$\text{Tor}_R^n(M, -)$	函子 Tor	functor Tor	设 M 是右 R 模, 用 $\text{Tor}_R^n(M, -)$ 表示 $M \otimes_{R^-}$ 的左导出函子	
$l \cdot \text{Pd}_R M$	左投射维数	left projective dimension	表示 M 为左 R 模, M 的左投射维数	亦称左上调维数, 记为 $l \cdot \text{dh}_R N$
$r \cdot \text{pd}_R N$	右投射维数	right projective dimension	表示 N 为右 R 模, N 的右投射维数	亦称右上调维数, 记为 $r \cdot \text{dh}_R N$
$l \cdot \text{gl. dim } R$	左整体维数	left global dimension	环 R 的左整体维数 $l \cdot \text{gl. dim } R = \sup \{l \cdot \text{pd}_R M M \in \mu_R\}$	
$r \cdot \text{gl. dim } R$	右整体维数	right global dimension	环 R 的右整体维数 $r \cdot \text{gl. dim } R = \sup \{r \cdot \text{pd}_R M M \in \mu_R\}$	
$l \cdot \text{Id}_R M$	左内射维数	left injective dimension	表示左 R 模 M 的左内射维数	
$r \cdot \text{Id}_R N$	右内射维数	right injective dimension	表示右 R 模 N 的右内射维数	
$l \cdot \text{Fd}_R M$	左平坦维数	left flat dimension	表示左 R 模 $M \neq 0$ 的左平坦维数	亦称弱左上调维数, 记为 $w. l. \text{dh}_R M$
$r \cdot \text{Fd}_R N$	右平坦维数	right flat dimension	表示右 R 模 $N \neq 0$ 的右平坦维数	亦称弱右上调维数记为 $w. r. \text{dh}_R N$
$M_1 * M_2 * \cdots * M_n$	双积	biproduct	设 M 及 M_1, M_2, \dots, M_n 为 R 模. 若有模同态 $\sigma_i: M_i \rightarrow M$ 与 $\pi_j: M \rightarrow M_j$ 满足 $\pi_j \sigma_i = \delta_{ji}$ 与 $\sum \sigma_i \pi_i = 1_M$, 则称 $\pi_j M$ 是模 M_1, M_2, \dots, M_n 的双积	
$\text{Obj}(K)$	对象类	class of objects	K 是一个范畴, K 的所有对象构成的类称为 K 的对象类	
$\text{Mor}_K(A, B)$	(态)射集	set of morphisms	A, B 是范畴 K 的两个对象. 由 A 与 B 所决定的一个集合称为 A 与 B 的(态)射集	亦称为由 A 到 B 的射或态射
$\text{Dom}(\alpha)$	(态)射的域	domain of a morphism	表示在范畴中, 设 $\alpha \in \text{Mor}_K(A, B)$, 则称 A 为(态)射 α 的域	
$\text{Cod}(\alpha)$	(态)射的上域	codomain of a morphism	在范畴中, 当 $\alpha \in \text{Mor}_K(A, B)$ 时, 称 B 为(态)射 α 的上域	
$\text{rad}(M)$	模的根	radical of a module	表示模 M 的所有极大子模的交	亦即 M 的所有小子模的和
$\text{Soc}(M)$	模的基座	socle of module	表示模 M 的所有极小子模的和	亦即 M 的所有大子模的交
$\ker \varphi$	核	kernel	φ 是环 R 模 A 到 B 的一个同态映射, 称 B 中零元素的全体逆象 $\varphi^{-1}(0)$ 为 φ 的核	对群、环等代数系也有类似概念

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\text{Coker } \varphi$	上核	cokernel	φ 是环 R 模 A 到 B 的一个同态映射, 商模 $B/\text{Im}\varphi$ 称为 φ 的上核	亦称余核
$\text{Coim } \varphi$	上象	coimage	φ 是环 R 模 A 到 B 的一个同态映射, 商模 $A/\text{Ker}\varphi$ 称为 φ 的上象	亦称余像
M/N	商空间	quotient space	表示两代数系 M, N 的商空间	
$\dim V$	维数	dimension	表示线性空间 V 的维数	
V^*	对偶空间	dual space	域 F 上线性空间 V 的所有线性函数组成 F 上的线性空间, 称为 V 的对偶空间	V^* 即 $\text{Hom}_F(V, F)$
$W(A)$	矩阵的数值域	numerical range of a matrix	$A \in C^{n \times n}$, 称 $W(A) = \{x^*Ax x \in C^n, x^*x = 1\}$ 为 A 的数值域	
$r(A)$	矩阵的数值半径	numerical radius of a matrix	$A \in C^{n \times n}$, 称 $\max_{Z \in W(A)} Z $ 为 A 的数值半径	
V_{λ_0}	特征子空间	characteristic subspace	设 σ 是线性空间 V 的一个线性变换, λ_0 是 σ 的一个特征值, 则对应于 λ_0 的全体特征向量和零向量组成的子空间称为特征子空间	
$T(G, x)$	对称化算子	symmetrization operator	张量空间 $T_p^q(E)$ 或 $T_p^q(E)$ 的线性变换 $S_p = \sum_{\sigma \in G_p} \sigma$ 称为对称化算子, 其中 G_p 为置换群	
$V_x(G)$	张量对称类	symmetric class of tensors	设 $\otimes^m V$ 是张量空间, x 是群 G 的不可约特征标, $T(G, x)$ 是对称化算子, 则称 $\text{Im}T(G, x)$ 为关于 G 和 x 的张量对称类	
$\text{Inex } V_x(G)$	张量对称类的指标	index of symmetric class of tensor	表示张量对称类 $V_x(G)$ 的指标	
$d_G^f(A)$	广义矩阵函数	generalized matrix function	设 $A = (a_{ij})$ 为 m 阶复方阵, G 为 S_m 的子群, f 是 G 到 C 的任一函数, 则称 $d_G^f(A) = \sum_{\sigma \in G} f(\sigma) \prod_{i=1}^m a_{i\sigma(i)}$ 为广义矩阵函数	
$E(V)$	外代数	exterior algebra	设 V 为域 K ($\text{char}K \neq 2$) 上向量空间, $\wedge V$ 为 K 上的格拉斯曼空间, 则直和 $\wedge^0 V \oplus \wedge^1 V \oplus \cdots \oplus \wedge^m V$ 可组成 K 上代数, 称为 V 上的外代数	亦称格拉斯曼代数
$\vee E$	对称代数	symmetric algebra	设 E 是域 K ($\text{char}K = 0$) 上的向量空间, $\vee^p E$ 是 E 的 p 次对称幂, 则 $\vee E = \bigoplus_{p=0}^{\infty} \vee^p E$ 可组成 K 上交换代数, 称为 E 上的对称代数	
S_V	对合 S_V	involution S_V	设 V 是域 K 上向量空间, 则包含映射 $j: V \rightarrow C^p$ 在 $C_V \rightarrow C^p$ 的代数开拓是一个对合, 其中 C^p 是 V 的克利福德代数 C_V 的反代数	
$\widehat{\oplus}$	正交直和	orthogonal direct sum	设 U_1, U_2, \dots, U_m 是 V 的向量子空间, 若它们两两正交且 V 为其直和, 则记为 $V = U_1 \widehat{\oplus} \cdots \widehat{\oplus} U_m$, 称 V 为 U_i 的正交直和	
\cup	格-并	lattice-union	$A \cup B$ 表示两个理想 A, B 的格-并	
C^0	对偶范畴	dual category	由范畴 C 作出的新范畴 C^0 ; C^0 的对象类即 C 的对象类, 定义 $\text{Hom}_{C^0}(A^0 B^0) = \text{Hom}_C(B, A)$, 并规定 $f^0 g^0 = (gf)^0$, 称 C^0 为 C 之对偶范畴	
Set	集范畴	category of sets	以一切集合为对象, 以集合映射为态射的范畴	
Top	拓扑空间范畴	category of topological spaces	以一切拓扑空间为对象, 以连续映射为态射的范畴	亦可表示成 \mathcal{T}
Group	群范畴	category of groups	以一切群作对象, 以群同态作态射的范畴	亦可表示成 \mathcal{G}
AG	阿贝尔群范畴	category of Abelian groups	以一切阿贝尔群作对象, 以阿贝尔群同态作态射的范畴	
Ring	环范畴	category of rings	以一切环作对象, 以环同态作态射的范畴	亦可表示成 μ_R
$\prod_{\lambda \in \Lambda} C_\lambda$	积范畴	product category	$\{C_\lambda\} (\lambda \in \Lambda)$ 为一个范畴集合. 由它们所作出的新范畴 $\prod_{\lambda \in \Lambda} C_\lambda$ 为 $\{C_\lambda\}$ 的积范畴	
$\prod_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$	上积	coproduct	$\{A_\lambda\} (\lambda \in \Lambda)$ 为范畴 C 的一个对象集. 若对象 $B \in C$ 与一态射集具有泛性质, 则称 B 为 $\{A_\lambda\}$ 的上积	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
IBN	IBN 环	IBN ring	R 为环. 如果每个有限生成的 R 模的任二基中元素个数必相等, 则称 R 为 IBN 环	
(\mathcal{C}, \perp)	带积范畴	category with product	规定映射 $\perp: \mathcal{C} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ 的范畴 \mathcal{C} 称为带积范畴	
ΦF	纤维范畴	fibre category	(\mathcal{C}, \perp) 与 (\mathcal{D}, T) 为带积范畴, $F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ 为保积函子. 由此定义的新范畴 ΦF (对象类为 $\{(M, N, \alpha) \mid M, N \in \mathcal{C}, \alpha: F(M) \cong F(N)\}$) 称为 \mathcal{C} 与 \mathcal{D} 的纤维范畴	
$gl(V)$	一般线性李代数	general linear lie algebra	$gl(V)$ 表示域上 n 维空间 V 的所有线性变换在运算 $[A, B] = AB - BA$ 下组成的 n^2 维李代数, 称为一般线性李代数	
$n(P)$	偏序集的阶	order of poset	偏序集 P 的基数称为 P 的阶	
$l(P)$	偏序集的长	length of poset	偏序集 P 中链的长的最小上界称为 P 的长	
$\text{Sup } X$	上确界	supremum	偏序集的子集 X 的上确界	亦称最小上界. 记为 $\vee X$ 或 l. u. b. X
$\text{inf } X$	下确界	infimum	偏序集的子集 X 的下确界	亦称最大下界. 记为 $\wedge X$ 或 g. l. b. X
$(L; \leq)$	格	lattice	若偏序集 L 的任二元素均有上确界和下确界, 则称 L 为格	
$\Phi(L)$	弗拉梯尼子格	Fratini sublattice	表示格 L 的弗拉梯尼子格	
a^+	a 的正部	positive part of a	a 是格群的一个元素, $a^+ = a \vee 0$ 称为 a 的正部	
a^-	a 的负部	negative part of a	a 是格群的一个元素, $a^- = (-a) \vee 0$ 称为 a 的负部	
X^\perp	极	polar	X 是格群 G 的子集, $X^\perp = \{y \in G \mid y \wedge x = 0, \forall x \in X\}$, 称为 X 的极	
$J \perp K$	独立 l 理想	independent l -ideal	格序群的 l 理想 J, K 若有 $J \wedge K = 0$, 则称 J 和 K 是独立的	
$R(G)$	康莱德根	Conrad radical	格序群 G 的一切本质性值的交是一个 l 理想, 称为 G 的康莱德根	
R^+	偏序环的序	order of po-ring	R 是偏序环, $R^+ = \{r \in R \mid r \geq 0\}$, 称为 R 的序	亦称 R 的正锥
BCK	BCK 代数	BCK-algebra	一种有序代数系统	
BCI	BCI 代数	BCI-algebra	一种较 BCK 代数广泛的代数结构	
$(X; *, 0)$	双 B 代数	two B-algebra	表示 BCK 代数或 BCI 代数, 二者合称双 B 代数	
A^*	稳定子	stabilizer	A 是 BCK 代数 X 的子集, $A^* = \{x \in X \mid x * a = x \text{ 且 } a * x = a, \forall a \in A\}$, 称为 A 的稳定子	
(X, O_X)	环式空间	ringed space	带有一个环层 O_X 的拓扑空间 X , 称为环式空间	
$\chi(O_X)$	欧拉-庞加莱特征标	Euler-Poincaré characteristic	n 维完备簇 X 的欧拉-庞加莱的特征标定义为 $\chi(O_X) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \dim_k H^i(X, O_X)$	
$K(X)$	小平维数	Kodaira dimension	X 是 n 维完备代数簇. 在 X 利用归纳法定义的维数 $K(X)$ 称为小平维数	
$R(X)$	典范环	canonical ring	X 为光滑射影族, ω_E 为其典范层, X 的典范环为 $R(X) = \bigoplus_{n \geq 0} H^0(X, \omega_X^{\otimes n})$	
$\text{Pic}(X)$	皮卡群	Picard group	环式空间 (X, O_X) 的可逆层的同构类组成的群 (运算由可逆层的张量积所诱导), 称为 X 的皮卡群	
$\text{Pic}^0(X)$	皮卡簇	Picard variety	X 是代数闭域 K 上的射影光滑代数簇, $\text{Pic}(X)$ 中包含 O 的分支是一个射影概形, 它的既约结构是一个阿贝尔族, 称为 X 的皮卡簇	
$\text{Alb}(Z)$	阿尔班尼斯簇	Albanese variety	X 是射影光滑代数簇. X 的皮卡簇的对偶阿贝尔族称为 X 的阿尔班尼斯簇	
$G_{n,m}$	格拉斯曼簇	Grassmannian variety	一个 n 维线性空间的所有 m 维线性子空间的集合称为一个格拉斯曼簇	亦称格拉斯曼流形或格拉斯曼空间
$\text{Flag}(n_1, n_2, \dots, n_r)$	旗簇	flag variety	V 是 n 维向量空间, $n = n_1 > n_2 > \dots > n_r > 0$. 则 V 的所有由子空间组成的指标为 (n_1, n_2, \dots, n_r) 的旗的集合, 称为一个旗簇	
\times	叉积	cross product	a, b 的叉积等于 a, b 的对称差的补运算, 即 $a \times b = (a \triangle b)'$	这里 $a, b \in B, B$ 称为布尔集

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
c	胞腔度	cellularity	$cA = \sup\{ x \mid x \text{ 是其中的一个两两不相交的族}\}$, 称为布尔代数 A 的胞腔度	
$\text{sat } A$	浸润度	saturation	$\text{sat } A = \min\{u \mid u \text{ 是基数且对 } A \text{ 的每个两两不相交的族 } x \text{ 有 } x < u\}$ 表示 A 的浸润度, 它是一个正则基数, 式中 $ x $ 表示 x 的基数	
π	稠密度	density	$\pi B = \min\{ x \mid x \subseteq B \text{ 在 } B \text{ 中稠密}\}$ 表示 X 在布尔代数 B 中的稠密度	
Id	理想	ideal	$\text{Id}(B)$ 表示布尔代数 B 中的全体理想	布尔代数 B 中的每个理想记为 I , 有限集的理想记为 fin
Sub	子代数	subalgebra	$\text{Sub } A$ 表示无限布尔代数 A 的一切子代数所构成的集合	$\text{sub}(B)$ 表示布尔代数 B 的子代数所构成的格
Ult	超滤子	ultrafilter	$\text{Ult } A$ 表示无限布尔代数 A 的超滤子的全体	
Filt	滤子	filter	$\text{Filt } A$ 表示无限布尔代数 A 的一切滤子所构成的集合	
Σ	最小上界	least upper bound	$\Sigma^B M$ 表示 M 在布尔代数 B 中的最小上界, 其中 M 是 B 的子集	
clop	闭开代数	clopen algebra	拓扑空间 X 的所有闭开集, 用 $\text{clop } X$ 表示, 构成 X 上的集合代数称为 X 的闭开代数	
$\text{RO}(\)$	正则开代数	regular open algebra	$\text{RO}(x) = \{u \mid u \subseteq X \text{ 且 } r(u) = u\}$, 其中 $r(u) = \text{int}(\text{cl}(u))$ 是 u 的正则化	
Bai	贝尔代数	Baire algebra	$\text{Bai } X = \{a \subseteq X \mid a \text{ 有贝尔性质}\}$, 其中 a 是拓扑空间 X 的子集, 存在 X 的一个开集 u , 使对称差 $a \Delta u$ 是贫集	
$A \uparrow a$	相对代数	relative algebra	$A \uparrow a = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \leq a\}$ 表示 A 关于 a 的相对代数, 式中 A 是布尔代数, 且 $a \in A$	亦称因子代数
$\text{pred}(t)$	前趋集合	predecessor set	偏序集 (T, \leq_T) 是一棵树, 且所有的 $t \in T$, 集合 $\text{pred}(t)$ 是由 $<_T$ 决定的一个良序集合	
Tor	挠积	torsion product	$\text{Tor}_n(M, N)$ 是 M 和 N 的挠积	
Ext	扩张	extension	$\text{Ext}^n(M, N)$ 是 M, N 的扩张	

分析学 (analysis)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
(a, b)	开区间	open interval	表示 a 与 b 之间 (不包括端点 a 与端点 b) 的一切实数组成的集合	亦可用 $]a, b[$ 表示
$[a, b]$	闭区间	closed interval	表示 a 与 b 之间 (包括端点 a 与端点 b) 的一切实数组成的集合	
$(a, b]$	左半开区间	left half open interval	表示 a 与 b 之间 (不包括端点 a 但包括端点 b) 的一切实数组成的集合	亦可用 $]a, b]$ 表示
$[a, b)$	右半开区间	right half open interval	表示 a 与 b 之间 (包括端点 a 但不包括端点 b) 的一切实数组成的集合	亦可用 $[a, b[$ 表示
e^x 或 $\exp x$	指数函数	exponential function	表示以 e 为底, 以 x 为指数的函数, 可写成 $y = e^x$ 或 $y = \exp x$	在同一场合中, 只用其中一种符号
e	超越数	transcendental number	$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718\ 281\ 828\ 459 \dots$	通常作为自然对数的底
$\log_a x$	对数函数	logarithmic function	表示以 a 为底, 自变量为 x 的对数函数, 可写成 $y = \log_a x$	
$\ln x$	自然对数	natural logarithm	表示以 e 为底, 自变量为 x 的对数函数	
$\lg x$	常用对数	common logarithm	表示以 10 为底, 自变量为 x 的对数函数	
$\text{lb } x$	2 为底的对数	logarithm to the base 2	表示以 2 为底, 自变量为 x 的对数函数	亦可记为 $\log_2 x$
$\text{sh } x$ 或 $\sinh x$	双曲正弦	hyperbolic sine	$\text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
ch x 或 cosh x	双曲余弦	hyperbolic cosine	$\text{ch } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	
th x 或 tanh x	双曲正切	hyperbolic tangent	$\text{th } x = \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	
coth x	双曲余切	hyperbolic cotangent	$\text{coth } x = \frac{\text{ch } x}{\text{sh } x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$	
sech x	双曲正割	hyperbolic secant	$\text{sech } x = \frac{1}{\text{ch } x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$	
csch x 或 cosech x	双曲余割	hyperbolic cosecant	$\text{csch } x = \frac{1}{\text{sh } x} = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$	
arsh x	反双曲正弦	inverse hyperbolic sine	$\text{arsh } x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) (-\infty < x < +\infty)$	亦可用 $\text{arsinh } x$ 表示
arch x	反双曲余弦	inverse hyperbolic cosine	$\text{arch } x = \pm \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) (x \geq 1)$	亦可用 $\text{arcosh } x$ 表示
arth x	反双曲正切	inverse hyperbolic tangent	$\text{arth } x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} (-1 < x < 1)$	亦可用 $\text{artanh } x$ 表示
arcoth x	反双曲余切	inverse hyperbolic cotangent	$\text{arcoth } x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} (x > 1)$	
arsech x	反双曲正割	inverse hyperbolic secant	$\text{arsech } x = \ln(1 \pm \sqrt{1-x^2}) - \ln x (0 < x \leq 1)$	
arsch x	反双曲余割	inverse hyperbolic cosecant	$\text{arsch } x = \ln(1 + \sqrt{1+x^2}) - \ln x$	亦可用 $\text{arcosech } x$ 表示
$f(x)$	函数	function	如 $y = f(x)$ 表示以 x 为自变量的一元函数	
$f(x_1, \dots, x_n)$	n 元函数	n -ary function	表示以 x_1, x_2, \dots, x_n 为自变量的 n 元函数	
$\text{Gr}f$	图像	graph	表示函数 f 的图像	
$f(x) _{x=a}$	函数值	function value	表示函数 $f(x)$ 在点 a 处的函数值, 即 $f(x) _{x=a} = f(a)$	
$f(x) _a^b$ 或 $[f(x)]_a^b$	函数值的差	difference of the function value	表示函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 端点处函数值的差, 即 $f(x) _a^b = f(b) - f(a)$ 或 $[f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$	这种表示法常用于定积分的计算
const	常值函数	constant function	若 $f(x) = c$, 则称 $f(x)$ 是常值函数, 记为 $\text{const } f$	亦简记为 $f(x) = c$
$I(x)$	恒等函数	identity function	表示对 D 中一切 x 都有 $I(x) = x$	
$g \circ f$	复合函数	composite function	表示由函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 复合而成的函数, 即 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$	亦称合成函数
\rightarrow	趋于或收敛于	converges to	$x \rightarrow a$ 表示 x 无限接近 a ; $x_n \rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 收敛于 a	$x \not\rightarrow a$ 表示 x 不趋于 a , $x_n \not\rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 不收敛于 a
\Rightarrow	一致收敛	uniformly convergent	$f_n \Rightarrow f$ 表示 f_n 在 D 内一致收敛于 f , 即 $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in D} f_n(x) - f(x) = 0$	
\downarrow, \searrow	单调递减	monotone decreasing	随自变量 x 的增加, 函数值 $f(x)$ 逐渐减少	
\uparrow, \nearrow	单调增加	monotone increasing	随自变量 x 的增加, 函数值 $f(x)$ 逐渐增加	
\simeq	渐近等于	asymptotically equal to	在某极限过程中, 值可以无限接近的两个函数. 如当 $x \rightarrow a$ 时, $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$	在无穷小量比较时, 表示等价无穷小, 记为 \sim
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	极限	limit	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 表示当 x 趋于 a 时, $f(x)$ 无限接近于 b . 右极限和左极限分别记为: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	亦可记为: 当 $x \rightarrow a$ 时, $f(x) \rightarrow b$
$O(g(x))$	兰道记号	Landau's notation	$f(x) = O(g(x))$ 意为 $ f(x)/g(x) $ 在行文所述的极限中有上界	比较无穷小量时, 表示同阶无穷小
$o(g(x))$	兰道记号	Landau's notation	$f(x) = o(g(x))$ 表示在行文所述的极限中 $f(x)/g(x) \rightarrow 0$	比较无穷小量时, 表示高阶无穷小
Δx	增量	increment	$\Delta x = x - x_0$ 表示自变量 x 的增量	亦称 x 的改变量

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\frac{df}{dx}$	导函数或微商	derived function	函数 f 的改变量与自变量 x 的改变量之比, 当自变量改变量 Δx 趋于零时的极限表示为 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{df}{dx} \text{ 或 } \frac{d}{dx}$	亦可用 f' 或 Df 来表示. 简称导数
$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$	导数值	value of derived function	函数 $f(x)$ 在某点 a 的导数值. 记为 $\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a} \text{ 或 } \left(\frac{d}{dx}\right)_{x=a}$	亦可用 $f'(a)$ 或 $Df(a)$ 来表示
$\frac{d^n f}{dx^n}$	n 阶导数	derivative of n -order	对 $f(x)$ 连续求 n 次一阶导数. 记为 $\frac{d^n f}{dx^n}$ 或 $f^{(n)}$. 当 $n=2, 3$ 时, 常用 f'', f''' 来代替, 称为 2 阶、3 阶导数. 如自变量是时间 t , 常用 $f''(t)$ 来代替 $\frac{d^2 f}{dt^2}$	亦可用 $f^{(n)}$ 或 $D^n f$ 来表示
$\frac{\partial f}{\partial x}$ 或 $\partial_x f$	偏导数或偏微商	partial derivative	对多元函数的其中一个自变量 x 求导数, 其他变量暂视为常数所得的结果	亦可用 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ 或 f_x 表示
$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ 或 f_{xy}	混合偏导数	mixed partial derivative	先对 x 求导, 再对 y 求导, 即 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$,	
$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ 或 f_{xx}	二阶偏导数	partial derivative of 2-order	对 x 连续求二阶导数, 其他变量视为常数	
$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$	$m+n$ 阶偏微商	partial derivative of $(m+n)$ -order	函数 f 先对 x 求 n 次偏微商, 再对 y 求 m 次偏微商	
$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$	函数行列式	functional determinant	表示 u, v, w 对 x, y, z 的函数行列式, 其中 $u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)$ 都是多元函数	亦称雅可比行列式 (Jacobian 行列式)
df	全微分	total differential	$df(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$	
R 或 R	扩张的实数系	extended real number system	把 $+\infty$ 与 $-\infty$ 加到实数系所得的数系	亦可记为 $[-\infty, +\infty]$
$\{a_n\}$	数列	sequence of number	表示数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$	
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	无穷级数	infinite series	无穷数列的各项用加号连结而成的表达式	
$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}$	叠级数	iterated series	各项均为级数的级数, 其中 $\{a_{mn}\}$ 称为二重序列	亦称累级数
$\sum_{n, n=1}^{\infty} a_{nn}$	二重级数	double series	把二重序列的项 a_{mn} 按任意次序排列并用加号连结得到的表达式	
$\prod_{n=1}^{\infty} u_n$	无穷乘积	infinite product	把无穷序列 $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ 的各项连乘	
$f(a-0)$	左极限	left limit	$f(a-0) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$	
$f(a+0)$	右极限	right limit	$f(a+0) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$	
$f'_-(x)$	左导数	left derivative	$f'_-(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	
$f'_+(x)$	右导数	right derivative	$f'_+(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	
$\int_a^b f(x) dx$	黎曼上积分	Riemann upper integral	$\int_a^b f(x) dx = \sup_{P \in \mathcal{P}} S_P(f)$	
$\int_a^b f(x) dx$	黎曼下积分	Riemann lower integral	$\int_a^b f(x) dx = \inf_{P \in \mathcal{P}} S_P(f)$	
$\int_{D \subset \mathbb{R}^n} f(x) dx$	n 重积分	n -fold integral	$\int_{D \subset \mathbb{R}^n} f(x) dx = \iiint_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$	
Vf	变分	variation	$Vf = f_1(x) - f(x)$	
V 或 Var	变差	variation	$V_a^b f$ 或 $\text{Var}_{[a,b]} f$ 表示函数 f 在 $[a, b]$ 上的全变差, 当 $a=b$ 时, 定义 $V_a^a f=0$; 当 $V_a^b f < \infty$ 时, 称 f 为 $[a, b]$ 上的有界变差函数	
δJ	泛函 J 的变分	variation of the functional J	泛函 $J[Y]$ 的一阶变分 $\delta J = \left(\frac{\partial J[Y]}{\partial \varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} \cdot \varepsilon$	

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Lip 或 lip	李普希茨条件	Lipschitz condition	$f \in \text{lip}_\alpha$ 或 $f \in \text{Lip}_\alpha$ 表示函数 f 满足 α 阶李普希茨条件	
Δf	一阶向前差分	forward difference of first-order	$\Delta f(x_i) = f(x_i + h) - f(x_i)$	
$\Delta^2 f$	二阶向前差分	forward difference of second-order	$\Delta^2 f(x_i) = \Delta f(x_i + h) - \Delta f(x_i)$	
$\Delta^n f$	n 阶向前差分	forward difference of n -order	$\Delta^n f(x_i) = \Delta^{n-1} f(x_i + h) - \Delta^{n-1} f(x_i)$	
∇f	一阶向后差分	backward difference of first-order	$\nabla f(x_i) = f(x_i) - f(x_i - h)$	
$\nabla^2 f$	二阶向后差分	backward difference of second-order	$\nabla^2 f(x_i) = \nabla f(x_i) - \nabla f(x_i - h)$	
$\nabla^n f$	n 阶向后差分	backward difference of n -order	$\nabla^n f(x_i) = \nabla^{n-1} f(x_i) - \nabla^{n-1} f(x_i - h)$	
δf	一阶中心差分	centered difference of first-order	$\delta f(x_i) = f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) - f\left(x_i - \frac{h}{2}\right)$	
$\delta^2 f$	二阶中心差分	centered difference of second-order	$\delta^2 f(x_i) = \delta f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) - \delta f\left(x_i - \frac{h}{2}\right)$	
$\delta^n f$	n 阶中心差分	centered difference of n -order	$\delta^n f(x_i) = \delta^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) - \delta^{n-1} f\left(x_i - \frac{h}{2}\right)$	
$\int f(x) dx$	不定积分	indefinite integral	$\int f(x) dx = F(x) + C$, 其中 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的一个原函数, C 是任意常数	
$\int_a^b f(x) dx$	定积分	definite integral	$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$, 其中 $\lambda = \max\{\Delta x_i\}$	
P. V. $\int_a^b f(x) dx$	柯西主值	Cauchy principal value	$P. V. \int_a^b f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_a^{c-\epsilon} f(x) dx + \int_{c+\epsilon}^b f(x) dx \right)$ 或 $P. V. \int_a^b f(x) dx = \lim_{M \rightarrow \infty} \int_{-M}^M f(x) dx$	
$\int_C, \int_S, \int_V, \oint$	积分号	sign of integration	$\int_C, \int_S, \int_V, \oint$ 分别表示沿曲线 C , 沿曲面 S , 沿体积 V 以及沿闭曲线或闭曲面的积分	
$C(z), S(z)$	菲涅耳积分	Fresnel integral	$C(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt, S(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$	
$\iint_D f(x, y) dx dy$	二重积分	double integral	二元函数 $f(x, y)$ 在平面区域 D 上的积分	
$\text{Li}(x)$ 或 $\text{li}(x)$	对数积分	logarithmic integral	$\text{Li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\log t}$, 高斯用函数 $\frac{1}{\log t}$ 表示在大整数 t 附近的素数分布的平均密度	
$\text{Ei}(x)$	指数积分	exponential integral	$\text{Ei}(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$, 当 $x < 0$ 时, 在 $t=0$ 处取积分主值	在量子力学中有重要应用
$\text{Si}(x)$	正弦积分	sine integral	$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$	在通信工程中有重要应用
$\text{Ci}(x)$	余弦积分	cosine integral	$\text{Ci}(x) = - \int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt$	在通信工程中有重要应用
$\text{sgn } x$	符号函数	sign function	当 $x \in \mathbb{R}$ 时, $\text{sgn } x = \begin{cases} 1 & (x > 0), \\ 0 & (x = 0), \\ -1 & (x < 0); \end{cases}$ 当 $x \in \mathbb{C}$ 时, $\text{sgn } x = \begin{cases} \frac{x}{ x } & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$	亦称克罗内克函数
ϵ_{ijk}	列维-齐维塔符号	Levi-Civita symbol	$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1, 2, 3 \text{ 的偶排列}), \\ -1 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1, 2, 3 \text{ 的奇排列}), \\ 0 & (\text{若 } ijk \text{ 为 } 1, 2, 3 \text{ 的真重复排列}) \end{cases}$	
$\epsilon(x)$	单位阶跃函数或称赫维赛德函数	unit step function or Heaviside function	$\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0), \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ 视作广义函数时的定义为 $\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0), \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$	亦可用 $H(x)$ 表示

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$f * g$	f 与 g 的卷积	convolution of f and g	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)g(x-y)dy$, 式中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是 $(-\infty, \infty)$ 内的绝对可积函数	
sn x cn x dn x	雅可比椭圆函数	Jacobi elliptic function	sn $x = \frac{\sigma(u)}{\sigma_3(u)}$; cn $x = \frac{\sigma_1(u)}{\sigma_3(u)}$; dn $x = \frac{\sigma_2(u)}{\sigma_3(u)}$, 其中 $x = u \sqrt{e_1 - e_3}$	
$\wp(x)$	外尔斯特拉斯椭圆函数	Weierstrass's elliptic function	$\wp(x) = \frac{1}{x^2} + \sum_{\omega \neq 0} \left(\frac{1}{(x-\omega)^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$	
B_n 或 b_n	伯努利数	Bernoulli's numbers	解析函数 $(e^z - 1)^{-1}$ 在 $z = 0$ 附近的罗朗级数展开式 $\frac{1}{z} - \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{B_n}{(2n)!} z^{2n-1}$, 则级式中系数 B_n 为伯努利数	
supp f 或 spt f	函数的支集	support of function	若 Ω 是局部紧空间, 则 Ω 上函数 f 的支集是 Ω 中的集合 $\{x f(x) \neq 0\}$ 的闭包, 表示成 supp f	
$\delta(x)$	狄拉克函数	Dirac δ -function	质量分布在区域 Ω 的总量为 $\iint_{\Omega} \delta_{M_0}(M) dM = \begin{cases} 1 & (M_0 \in \Omega), \\ 0 & (M_0 \notin \Omega), \end{cases}$ 称这样的函数为 $\delta(x)$ 函数, 它在每一点的值 $\delta_{M_0}(M) = \begin{cases} 0 & (M_0 \neq M), \\ \infty & (M_0 = M) \end{cases}$	亦称 δ 函数
am x	振幅函数	amplitude function	在形如 $I_{\varphi}(au) = \iint e^{i\varphi(x,\theta)} a(x,\theta) u(x) dx d\theta$ 的振荡积分中, $a(x,\theta)$ 称为振幅函数	
$\Gamma(x)$	伽马函数	gamma function	$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ ($x > 0$), $\Gamma(n+1) = n!$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)	亦称 Γ 函数
$\gamma(x)$	不完全伽马函数	incomplete gamma function	$\gamma(x) = \int_0^{\lambda} e^{-t} t^{x-1} dt$; $\Gamma(x) = \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$, 其中 $x > 0$	在统计学和分子结构论中常用
$B(x, y)$	贝塔函数	beta function	$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt$, ($x, y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0$); $B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$	亦称 β 函数
$\Psi(x)$	普西函数	psi function	$\Psi(x) = \frac{d}{dx} (\ln \Gamma(x))$ 是函数方程 $\Psi(x+1) - \Psi(x) = \frac{1}{x}$, $\Psi(1) = -c$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\Psi(x+n) - \Psi(1+n)) = 0$ 的解	亦称 Ψ 函数
$F(k, \varphi)$	第一类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the first kind	$F(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$	
$E(k, \varphi)$	第二类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the second kind	$E(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$	
$\Pi(n, k, \varphi)$	第三类不完全椭圆积分	incomplete elliptic integral of the third kind	$\Pi(n, k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{(1+n \sin^2 \varphi) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$	
$K(k)$	第一类完全椭圆积分	complete elliptic integral of the first kind	$K(k) = F(k, \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$	
$E(k)$	第二类完全椭圆积分	complete elliptic integral of the second kind	$E(k) = E(k, \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$	
$\Pi(n, k, \pi/2)$	第三类完全椭圆积分	complete elliptic integral of the third kind	$\Pi(n, k, \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1+n \sin^2 \varphi) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$	
$P_l(x)$	勒让德多项式	Legendre polynomial	方程 $(1-x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$ 的特解, $P_l(x) = \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{l}{2} \rfloor} (-1)^r \frac{(2l-2r)!}{2^r r! (l-r)! (l-2r)!} x^{l-2r}$	

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$P_l^m(x)$	关联勒让德函数	associated Legendre function	方程 $(1-x^2)y'' - 2xy' + [l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}]y = 0$ 的特解, $P_l^m(x) = (-1)^m(1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$ ($l, m = 0, 1, 2, \dots; m \leq l$)	
$T_n(x)$	第一类切比雪夫多项式	Chebyshev polynomial of the 1st kind	方程 $(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$ 的特解, $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)	
$U_n(x)$	第二类切比雪夫多项式	Chebyshev polynomial of the 2nd kind	方程 $(1-x^2)y'' - 3xy' + n(n+2)y = 0$ 的特解, $U_n(x) = \frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sin(\arccos x)}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)	
$L_n(x)$	拉盖尔多项式	Laguerre polynomial	方程 $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ 的特解, $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)	
$H_n(x)$	埃尔米特多项式	Hermite polynomial	方程 $y'' - 2xy' + 2ny = 0$ 的特解, $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)	
H_c	超平面	hyperplane	$H_c = \{x \in \mathbb{R}^n : \langle a, x \rangle = c\}$, 式中 c 为实数, a 为 \mathbb{R}^n 中的非零元	
$F(a; b; c; x)$	超几何函数	hypergeometric function	方程 $x(1-x)y'' + [c - (a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解, $F(a; b; c; x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$	亦称超比函数
$F(a; c; x)$	合流超几何函数	hypergeometric function of confluent type	方程 $xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解, $F(a; c; x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$	亦称汇合型超几何函数或库默尔函数
$J_l(x)$	第一类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 1st kind	方程 $x^2y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解, $J_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k! \Gamma(l+k+1)}$	
$N_l(x)$	第二类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 2nd kind	$N_l(x) = \lim_{k \rightarrow l} \frac{J_k(x) \cos k\pi - J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$. 它是贝塞尔方程的第二解, 可由第一类柱贝塞尔函数定义	亦称柱汉克尔函数
$H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$	第三类柱贝塞尔函数	cylindrical Bessel function of the 3rd kind or cylindrical Hankel function	$H_l^{(1)}(x) = J_l(x) + iN_l(x)$, $H_l^{(2)}(x) = J_l(x) - iN_l(x)$. 它们是第一类和第二类柱贝塞尔的线性组合, 是贝塞尔方程的两个线性无关解	亦称柱汉克尔函数
$I_l(x)$ $K_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数	modified cylindrical Bessel function	方程 $x^2y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解, $I_l(x) = i^{-1}J_l(ix)$, $K_l(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{l+1} [J_l(ix) + iN_l(ix)]$	亦称变形的柱贝塞尔函数
$j_l(x)$	第一类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 1st kind	方程 $x^2y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0$ 的特解, $j_l(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(x)$	
$n_l(x)$	第二类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 2nd kind	$n_l(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} N_{l+\frac{1}{2}}(x)$	亦称球诺伊曼函数, 也记为 $y_l(x)$
$h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$	第三类球贝塞尔函数	spherical Bessel function of the 3rd kind	$h_l^{(1)}(x) = j_l(x) + in_l(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(1)}(x)$, $h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - in_l(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(2)}(x)$	修正的球贝塞尔函数, 分别记为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$
∇	矢量微分算子	operator of vector differentiation	$\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} = e_i \frac{\partial}{\partial x_i}$	亦称哈密顿算子
grad, ∇	梯度	gradient	若 $f: D(\subseteq \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}$, 则 f 在 $a \in D$ 的梯度为 $\text{grad} f(a) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(a), \frac{\partial f}{\partial x_2}(a), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(a) \right)$	
div, $\nabla \cdot$	散度	divergence	若向量函数 $f(x, y, z) = (P, Q, R)$ 连续可微, 则向量场的散度为 $\text{div} f = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$	
rot, $\nabla \times$	旋度	rotation	$f = (P, Q, R)$ 是三维向量函数, f 的旋度为 $\text{rot} f = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right)$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Δ, ∇^2	拉普拉斯算子	Laplacian operator	$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$	亦称调和算子
\square	达朗贝尔算子	d'Alembertain operator	$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$	c 为电磁波在真空中的传播速度
D	微分算子	differential operator	即 $\frac{df(t)}{dt} = Df(t), \frac{d^2f(t)}{dt^2} = D^2f(t), \dots,$ $\frac{d^n f(t)}{dt^n} = D^n f(t)$	
Λ	拓扑双曲不变集	topological hyperbolic set	$f: M \rightarrow M$ 是微分同胚, f 的不变闭子集 $\Lambda \subset M$ 称为拓扑双曲不变集	
Diff'	微分同胚空间	differential homeomorphic space	Diff'(M) 表示 M 全体微分同胚构成的空间	
Homeo	同胚空间	homeomorphic space	Homeo(M) 表示 M 的全体同胚构成的空间	
Proj	射影基向量	base vector of projective	Projk 表示 P -标架的第 k 个基向量	
Ob	阻碍集	obstruction sets	Ob(S) 表示向量场 S 的阻碍集	
Logz	对数函数	logarithmic function	$w = \text{Log}z = \log z + i(\arg z + 2k\pi) (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots), z$ 为复数	
$\sin z$	复变正弦函数	sine function of a complex variable	$\sin z = \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$, 式中 z 为复变数. 当 z 为实数时与数学分析中的正弦函数的定义一致	
$\cos z$	复变余弦函数	cosine function of a complex variable	$\cos z = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$, 式中 z 为复变数. 当 z 为实数时与数学分析中的余弦函数的定义一致	
$\tan z$	复变正切函数	tangent function of a complex variable	$\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$	
Arc sin z	复变反正弦函数	inverse sine function of a complex variable	$\text{Arc sin} z = -i \log(iz + \sqrt{1-z^2})$, 式中 z 为复变数, $e^{i\omega} = iz + \sqrt{1-z^2}$	
Arc cos z	复变反余弦函数	inverse cosine function of a complex variable	$\text{Arc cos} z = -i \log(z + i \sqrt{1-z^2})$, 式中 z 为复变数	
Arc tanz	复变反正切函数	inverse tangent function of a complex variable	$\text{Arc tan} z = \frac{1}{2i} \log \frac{i-z}{i+z}$, 式中 z 为复变数	
$L(z)$	分式线性变换	fractional linear transformation	$L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, 式中 a, b, c, d 都是复常数, 且 $ad-bc \neq 0$	若 a, b, c, d 都是实数, 且 $ad-bc > 0$ 称此为富克斯变换
(a, b, c, d)	交比	cross ratio	$(a, b, c, d) = \frac{c-a}{c-b} : \frac{d-a}{d-b}$, 式中 a, b, c, d 是任意四个互异的复数	亦称非调和比
$n(\gamma; a)$	环绕数	winding number	点 a 关于 γ 的环绕数, $n(\gamma; a) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{d\zeta}{\zeta - a}$, 式中 γ 是一条可求长的闭路径, a 点不在 γ 上	亦称指示数或卷绕数
$\text{Res}f(z)$	留数	residue	在 $f(z)$ 的孤立奇点 a 的去心邻域内的罗朗级数展开式中, $1/(z-a)$ 项的系数为 c_{-1} , 即 $\text{Res}f(z)_{z=a} = c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{(0 < \rho < R)} f(z) dz$	亦称残数
$L(s)$	拉普拉斯变换	Laplace transform	$f(t)$ 的拉普拉斯变换为 $L(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	
$F(\xi)$	傅里叶变换	Fourier transform	$f(x)$ 的傅里叶变换为 $F(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(x)e^{-i\xi x} dx$	
$F_c(\xi)$	傅里叶余弦变换	Fourier cosine transform	$f(x)$ 的傅里叶余弦变换为 $F_c(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos \xi x dx$	
$F_s(\xi)$	傅里叶正弦变换	Fourier sine transform	$f(x)$ 的傅里叶正弦变换为 $F_s(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin \xi x dx$	
$M(z)$	梅林变换	Mellin transform	$f(x)$ 的梅林变换为 $M(z) = \int_0^{\infty} f(x)x^{z-1} dx$	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$H(\xi)$	汉克尔变换	Hankel transform	$f(x)$ 的 ν 阶汉克尔变换为 $H(\xi) = \int_0^\infty x f(x) J_\nu(\xi x) dx$	
$G(n)$	勒让德变换	Legendre transform	$f(x)$ 的勒让德变换为 $G(n) = \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$	
$\operatorname{erf}(z)$	概率积分	probability integral	$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du$	
$\operatorname{erfc}(z)$	余概率积分	complement probability integral	$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{+\infty} e^{-u^2} du$	
$\Phi_c(z)$	正态概率积分	normal probability integral	$\Phi_c(z) = \int_{-\infty}^z \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$	
${}_pF_q$	超几何级数	hypergeometric series	超几何级数的一般形式是 ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p, \beta_1, \dots, \beta_q; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n \dots (a_p)_n z^n}{(\beta_1)_n \dots (\beta_q)_n n!}$	
E_n 或 γ	欧拉常数	Euler constant	$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right)$ $\approx 0.57721566490153286060651209 \dots$	
$\{f, D\}$	解析函数元素	holomorphic function element	复平面上的区域 D 连同在其内全纯的一个函数 $f(z)$, 合成为解析函数元素	简称函数元素
$k(z)$	克贝函数	Koebe function	$k(z) = z(1-z)^{-2}$, $k_\theta(z) = e^{i\theta} k(e^{i\theta} z)$, $\beta = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n /n \leq 1$. 其中 $k(z)$ 是 S 类上许多泛函极值问题的极值函数, 称 $k_\theta(z)$ 为克贝函数的旋转	
$I_p(r)$	哈代凸性函数	Hardy's convexity function	$I_p(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(re^{i\theta}) ^p d\theta \quad (0 < r < R)$	
B	布洛赫常数	Bloch's constant	$B = \inf\{\beta(f) \mid f \in \mathcal{S}\}$, 式中 $\beta(f) = \sup\{r \mid r \text{ 是 } f(\Delta) \text{ 所包含的圆半径}\}$	已经证明 $\sqrt{3}/4 \leq B \leq 0.47$
L	兰道常数	Landau's constant	$L = \inf\{\lambda(f) \mid f \in \mathcal{S}\}$, 式中 $\lambda(f) = \sup\{r \mid r \text{ 是 } f(\Delta) \text{ 所包含圆的半径}, f \in \mathcal{S}\}$	已经证明 $0.5 \leq L \leq 0.54326$
$M(\Gamma)$	曲线族 Γ 的模	module of a family of curves Γ	$M(\Gamma) = \inf_{\rho \in \rho(\Gamma)} \int_D \rho^2 dz $, 其中 Γ 是平面区域 D 上的若尔当曲线族, ρ 是定义在 D 上的非负波莱尔函数	
$M(f, \Gamma)$	拟共形映射	quasiconformal mapping	f 满足 Beltrami 微分方程 $f_{\bar{z}} = \mu f_z$, 称 f 为 μ 共形映射, 如 $\ \mu\ _\infty < 1$, 则称 f 为拟共形映射	亦称拟保角映射
$w(z, a, D)$	调和测度	harmonic measure	α 关于区域 D 的调和测度 $w(z, a, D)$ 是 z 对 (a, b) 的视角. $w(z, a, D) = \frac{1}{\pi} \arg \frac{b-z}{a-z}$	$0 \leq w(z, a, D) \leq 1$
$g(z, a)$ 或 $G(z, a)$	格林函数	Green's function	函数 $g(z, a)$ 在 D 内奇点 a 的格林函数 $g(z, a) = \log \left \frac{z - \bar{a}}{z - a} \right $	
$E(z, p)$	外尔斯特拉斯基本因式	Weierstrass basis factor	$E(z, p) = (1-z) \exp \left\{ z + \frac{z^2}{2} + \dots + \frac{z^p}{p} \right\}$	
$T(r, f)$	奈望林纳特征函数	Nevanlinna's characteristic function	满足 $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{T(r, f)}{(\log r)^2} = \infty$ 的 $T(r, f)$ 是 $f(z)$ 的奈望林纳特征函数	亦称奈望林纳记号, 可记为 $T(r)$
$n(r, a)$	a 点个数	number of a-point	$n(r, a)$ 是方程 $f(z) = a$ 在 $ z \leq r$ 内解的个数(包括计算重数)	
$\delta(a)$	亏量	defect	$w(z)$ 关于 a 的亏量 $\delta(a) = 1 - \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{n(r, a)}{T(r, w)}$	亦称亏值
$\overset{\circ}{T}(r, w)$	球面特征函数	spherical characteristic function	$\overset{\circ}{T}(r, w) = \frac{1}{\nu} \int_0^r \frac{A(t, w)}{t} dt$, 式中 $w(z)$ 为代数体函数	
$M(r, f)$	整函数的最大模	maximum modulus of entire function	$f(z)$ 的最大模 $M(r, f) = \max_{ z \leq r} f(z) $; $f(z)$ 的 p 次整函数的模 $M_p(r, f) = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(re^{i\theta}) ^p d\theta \right)^{1/p} \quad (0 < p < +\infty);$ 超越整函数 $f(z)$ 的最大模 $M_\infty(r, f) = \max_{ z =r} f(z) _{p=+\infty}$	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$B(z)$	布拉施克乘积	Blaschke product	$B(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{ a_n }{a_n} \left(\frac{a_n - z}{1 - \bar{a}_n z} \right)$, 式中 $a_n (n=1, 2, \dots)$ 是复数序列, $0 < a_n < 1$	
H^p	哈代空间	Hardy space	所有哈代函数构成的空间, 即 $H^p(D) = \{f f(z) \text{ 在 } D \text{ 内解析, } \sup_{0 \leq r < 1} \left(\int_0^{2\pi} f(re^{i\theta}) ^p d\theta \right)^{1/p} < +\infty\}$, 其中 $D = \{z z < 1\}$	H^p 是由哈代于 1915 年提出的
$S(z)$	奇异内函数	singular inner function	$S(z) = \exp\left\{-\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} d\mu(t)\right\}$, 式中 $\mu(t)$ 是非减的有界变差函数, 其导数几乎处处等于零	
$F(z)$	外函数	outer function	$F(z) = \exp\left\{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} \log f(e^{it}) dt\right\}$	
BMOA	有界平均振荡解析函数类	analysis function class of the bounded mean oscillating	$BMOA(D) = \{f f(z) \text{ 是单位圆周 } T \text{ 上的可积函数, } u(e^{i\theta}) \text{ 的积分 } \sup_{T \subset I} \frac{1}{ I } \int_I f(u - u_I) d\theta < +\infty\}$, 式中 u 为单圆周 T 上的可积函数, I 是 T 的子弧, $ I $ 是 I 的长度	
B_n	\mathbb{C}^n 中单位球	unit ball in a \mathbb{C}^n	$B_n = \{z = (z_1, z_2, \dots, z_n) z_1 ^2 + z_2 ^2 + \dots + z_n ^2 < 1\}$	
$Aut(D)$	域的全纯自同构群	holomorphic automorphism group of a domain	表示域 D 的全纯自同构的全体组成的群. 它是 D 上的拓扑变换群	
∂D	域的边界	boundary of a domain	域 D 和它的闭包 \bar{D} 的差集, 即 $\partial D = \bar{D} \setminus D$	
$Hol(D)$	全纯复线性空间	holomorphic complex linear space	表示 D 上所有全纯函数构成的复线性空间	
$\bar{\partial}$	$\bar{\partial}$ 算子	$\bar{\partial}$ -operator	$\bar{\partial}: C^1(D) \rightarrow L_b, u \mapsto \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right)$ 称为 $\bar{\partial}$ 算子	
$H(z, \bar{z})$	正定埃尔米特方阵	positive definite Hermitian matrix	$H(z, \bar{z}) = \begin{pmatrix} h_{11}(z, \bar{z}) & \dots & h_{1n}(z, \bar{z}) \\ \vdots & & \vdots \\ h_{n1}(z, \bar{z}) & \dots & h_{nn}(z, \bar{z}) \end{pmatrix}$, 式中 $h_{jk}(z, \bar{z})$ 在拓扑积 $\varphi_n(U_x) \times \overline{\varphi_n(U_x)}$ 上全纯	互逆正定埃尔米特方阵记为 $\bar{H}(z, \bar{z})$
$B_p^2(M)$	可测复线性空间	measurable complex linear space	$B_p^2(M) = Hol(M) \cap L_p^2(M)$, 其中 M 为 n 维复流形, μ 为 M 上任给的测度	
$N(\Omega)$	奈望林纳函数类	Nevanlinna function class	Ω 是 \mathbb{C}^n 中的对称域, b 是特征边界, 若 $\Omega \rightarrow \mathbb{C}^f$ 在 Ω 中全纯, 且满足 $\sup_{0 < r < 1} \int_b \log^+ f(r, \zeta) d\sigma(\zeta) < +\infty$, 则 f 属于奈望林纳函数类	
$\beta(\Omega)$	布洛赫空间	Bloch space	Ω 上全体布洛赫函数的集合, 称为布洛赫空间. Ω 是 \mathbb{C}^n 中齐线性有界域	
$\rho(\cdot, \cdot)$	点集的距离	distance between two point sets	$\rho(A, B) = \inf_{\substack{x \in A \\ y \in B}} \{\rho(x, y)\}$	
F_σ	F_σ 型集	set of type F_σ	表示可数个闭集的并集	F_σ 是波莱尔集
G_δ	G_δ 型集	set of type G_δ	表示可数个开集的交集	G_δ 是波莱尔集
$mE; E $	勒贝格测度	Lebesgue measure	若 $E \subset \mathbb{R}^n$ 为勒贝格可测集, 则 E 的勒贝格外测度称为勒贝格测度	
$m^*(E); E _e$	勒贝格外测度	Lebesgue outer measure	$m^*(E) = \inf \left\{ \sum_{i \in \mathbb{N}} I_i \mid \{I_i\} \text{ 为覆盖 } E \text{ 的可数个开集} \right\}$	
$m_*(E); E _i$	勒贝格外测度	Lebesgue inner measure	$m_*(E) = \sup \{m(F) \mid F \text{ 为闭集, 且 } F \subset E\}$	
\aleph_0	可列集的势	cardinal number of countable set	每一个无穷集的势都是某个阿列夫, 自然数集的势是 \aleph_0	
\aleph 或 C	连续集的势	cardinal number of continuous set	与区间 $[0, 1]$ 对等的集的势记为 N 或 C . 连续集的势 $C = 2^{\aleph_0}$	亦称基数
CH	连续统假设	continuum hypothesis	康托尔猜测: 实数集的一切无穷子集或者与自然数集等势或者与连续统等势	

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
GCH	广义连续统假设	generalized continuum hypothesis	假设: 1. 对任一序数 $\alpha, 2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$; 2. 对任一无穷势 κ, λ , 若 $\kappa \leq \lambda \leq 2^{\aleph_\kappa}$, 则 $\lambda = \kappa$ 或者 $\lambda = 2^{\aleph_\kappa}$	
$H_\alpha(E)$	豪斯多夫测度	Hausdorff measure	$H_\alpha(E) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_{\alpha, \delta}(E) = \sup_{\delta > 0} H_{\alpha, \delta}(E)$, 其中, $H_{\alpha, \delta}(E) = \inf \sum_k \delta(E_k)^\alpha$, 且 $\delta(E_k)$ 为 R^n 的子集 E_k 的直径	
$\psi(x)$	狄利克雷函数	Dirichlet function	$\psi(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理点,} \\ 0, & x \text{ 为无理点} \end{cases}$	亦可用 $D(x)$ 表示
$\chi(n)$ 或 $\chi_q(n)$ 或 $\chi(n) \bmod q$	狄利克雷特征	Dirichlet character	整数集上的函数 $\chi(n) = \begin{cases} \exp \left[2\pi \left(\frac{mr}{c} + \frac{m_0 r_0}{c_0} + \frac{m_1 r_1}{c_1} + \dots + \frac{m_r r_i}{c_i} \right) \right] & (n, q) = 1 \\ 0 & (n, p) > 1 \end{cases}$	亦称 q 的特征
$\{A, B\}$	泊松符号	Poisson symbol	$\{A, B\} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial A}{\partial \xi_j} \frac{\partial B}{\partial x_j} - \frac{\partial B}{\partial \xi_j} \frac{\partial A}{\partial x_j} \right)$	亦称泊松括号
$ I $	I 区间的体积	volume of I -interval	E 为 R^n 中的有界点集, I 为包含 E 的任何有界区间, 则以 $ I $ 表示区间 I 的体积	
a. e. p. p.	几乎处处	almost everywhere	若命题 $P(x)$ 与集合 $E \subset R^n$ 有关, 且零集 $E_0 \subset E$, 对于任意 $x \in E \setminus E_0, P(x)$ 均成立, 则称 $P(x)$ 在 E 上几乎处处成立, 记为 $P(x)$ a. e. 或 $P(x)$ p. p.	a. e. 是英文 almost everywhere 的首字母; p. p. 是法文 presque partout 的首字母
$M(x)$	上极限函数	upper limit function	$M(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} M(x, \delta)$, 其中 $M(x, \delta)$ 为函数 $f(x)$ 在点 x 的 δ 邻域上取值的上确界	
$m(x)$	下极限函数	lower limit function	$m(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} m(x, \delta)$, 其中 $m(x, \delta)$ 为函数 $f(x)$ 在点 x 的 δ 邻域上取值的下确界	
$\chi_A(x)$	集合的特征函数	characteristic function of a set	$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A), \\ 0 & (x \notin A) \end{cases}$	
$\text{ap } \overline{\lim}$	近似上极限	approximate upper limit	$\text{ap } \overline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x) = \inf_E \overline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x)$	
$\text{ap } \underline{\lim}$	近似下极限	approximate lower limit	$\text{ap } \underline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x) = (\sup_E \underline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x))$	
$\text{ap } \lim$	近似极限	approximate limit	$\text{ap } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 表示 $\text{ap } \overline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x) = \text{ap } \underline{\lim}_{x \rightarrow x_0} f(x)$	
$(L) \int_E f(x) dx$	勒贝格积分	Lebesgue integral	若 $f(x)$ 是可测集 $E \subset R^n$ 上的 (L) 可测函数, 则称 $(L) \int_E f(x) dx$ 为勒贝格积分	简称 L 积分
$D^- f(x_0)$	左上导数	left upper derivative	$D^- f(x_0) = \overline{\lim}_{\xi \rightarrow x_0^-} \frac{f(\xi) - f(x_0)}{\xi - x_0}$	
$D_- f(x_0)$	左下导数	left lower derivative	$D_- f(x_0) = \underline{\lim}_{\xi \rightarrow x_0^-} \frac{f(\xi) - f(x_0)}{\xi - x_0}$	
$D^+ f(x_0)$	右上导数	right upper derivative	$D^+ f(x_0) = \overline{\lim}_{\xi \rightarrow x_0^+} \frac{f(\xi) - f(x_0)}{\xi - x_0}$	
$D_+ f(x_0)$	右下导数	right lower derivative	$D_+ f(x_0) = \underline{\lim}_{\xi \rightarrow x_0^+} \frac{f(\xi) - f(x_0)}{\xi - x_0}$	
\ll	绝对连续	absolute continuity	$\gamma \ll \mu$ 表示广义测度 γ 关于 μ 是绝对连续的. 即当 $ \mu (A) = 0$ 时有 $\gamma(A) = 0$, 其中 $ \mu $ 是 μ 的全变差	
\perp	相互奇异	mutually singular	$\gamma \perp \mu$ 表示 γ 与 μ 是相互奇异的, 即存在两个不相交的可测集 A 与 B 使得 $\Omega = A \cup B$, 且对任意可测集 E , 有 $ \mu (A \cup E) = \gamma (B \cap E) = 0$, 其中 $ \gamma , \mu $ 分别是 γ 和 μ 的全变差	
$(\Gamma) \int_0 x(t) d\mu$	盖尔范德积分	Gelfand integral	设 $x(t)$ 为 Ω 到巴拿赫空间 X 的向量函数, 若对 $\forall f \in X^*$, 当 $f(x(t))$ 在 Ω 上可积时必存在 $x^{**} \in X$ 使 $x^{**} = \int_\Omega f(x(t)) d\mu$, 则称 x^{**} 为盖尔范德积分	亦称盖尔范德意义下的弱*积分

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(P)\int_A x(t)d\mu$	佩蒂斯积分	Pettis integral	若 $\int_A f(x(t))d\mu = f(x_A)$, 则 $(P)\int_A x(t)d\mu = x_A$	亦称弱积分
$(B)\int_a^b x(t)d\mu$	博赫纳积分	Borchner integral	1. 若 $x(t)$ 是 Ω 上可测函数, 则 $(B)\int_a^b x(t)d\mu = \sum_{k=1}^{\infty} x_k \mu(A_k)$; 2. 对于一般的强可测函数 $x(t)$, 则 $(B)\int_a^b x(t)d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} (B)\int_a^b x_n(t)d\mu$.	
$(BK)\int_a^b x(t)d\mu$	伯克霍夫积分	Birkhoff integral	$(BK)\int_a^b x(t)d\mu = \int_{\Delta} J(x, \Delta)$, 其中 $J(x, \Delta)$ 是 $\{\sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)x(t_i) t_i \in A_i\}$ 的凸闭包	
$\mathcal{O}_g^*(E)$	(L-S)外测度	(L-S)outer measure	$\mathcal{O}_g^*(E) = \inf\{\sum_{k \geq 1} \mathcal{O}_g(I_k) \{I_k\} \text{ 为可数个覆盖 } E \text{ 的左开右闭区间}\}$	
$\mathcal{O}_g(E)$	(L-S)测度	(L-S)measure	当任意点集 T 能分解成 E 内部分 $T \cap E^i$ 和 E 外部分 $T \cap E^e$ 时, 相应的 (L-S) 外测度具有可加性, 则 E 称为 $g(x)$ 的 (L-S) 可测集, 此时外测度 $\mathcal{O}_g^*(E)$ 就称为 E 的由分布函数 $g(x)$ 引出的 (L-S) 测度	
$(L-S)\int_E$	(L-S)积分	(L-S)integral	$\int_E f(x)dg(x) = \int_E f^+(x)dg(x) - \int_E f^-(x)dg(x)$, 其中 $f^+(x), f^-(x)$ 分别为 $f(x)$ 正部和负部, 且至少有一个有极限	(L-S)积分是勒贝格-斯蒂尔切斯积分的简称
$D(*)\int_a^b$	狭义当茹瓦积分	Denjoy integral in the restricted sense	$(D(*)\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, 其中 $F(x)$ 是狭义一般绝对连续函数, 且在 $[a, b]$ 上 $F'(x) = f(x)$ a. e.	狭义当茹瓦积分是勒贝格积分和黎曼积分的一种推广
$D_{ap}f(x_0)$	近似导数	approximate derivative	$D_{ap}f(x_0) = \text{ap} \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	
$\underline{D}_{ap}f(x_0)$	近似下导数	approximate lower derivative	$\underline{D}_{ap}f(x_0) = \text{ap} \liminf_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	
$\overline{D}_{ap}f(x_0)$	近似上导数	approximate upper derivative	$\overline{D}_{ap}f(x_0) = \text{ap} \limsup_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	
Π_K	庞特里亚金空间	Pontrjagin space	设 $H = H_- \oplus H_+$ 是正则分解, $\dim H_{\pm} = k < +\infty$, 称 $(H, [\cdot, \cdot])$ 为具有正(负)指标的庞特里亚金空间	
π	克莱因空间	Klein space	设 $H = H_- \oplus H_+$ 是正则分解, $\dim H_{\pm} = +\infty$, 称 $(H, [\cdot, \cdot])$ 为克莱因空间	
$\rho(T)$	正则集	Regular set	设 T 是空间 X 的线性算子, 如果 $\lambda I - T$ 是正则算子, 那么称 λ 为 T 的正则点. 复平面上正则点全体称为正则集	亦称豫解集
$\sigma(T)$ 或 $\text{sp}(T)$	谱集	spectrum	$\rho(T)$ 的余集 $C \setminus \rho(T)$. $\sigma_p(T)$, $\sigma_a(T)$, $\sigma_r(T)$, $\sigma_c(T)$ 分别表示点谱、近似点谱、剩余谱、连续谱	
$\text{deg}(T, \Omega, P)$	拓扑度	topological degree	映射 T 在区域 Ω 上关于 P 点的拓扑度是一个整数, 它是方程 $T(x) = P$ 在 Ω 中解的“代数个数”的某种稳定的度量	
$F((x))$	形式幂级数域	domain of formal power series	由 F 上关于 X 的形式幂级数 $a(x) = q_r x^r + q_{r+1} x^{r+1} + \dots$ ($q_r \neq 0, r \in \mathbb{Z}$) 按照通常加、乘运算组成一个域	
$\delta(x)$	狄拉克 δ 函数	Dirac δ -function	$\delta(x) = \begin{cases} +\infty & (x=0), \\ 0 & (x \neq 0). \end{cases}$	
$e \subset (A)$	平衡包	equilibrium hull	包含 A 的最小平衡集称为 A 的平衡包	
$(P)\int_a^b f(x)dx$	佩龙积分	Perron integral	$(P)\int_a^b f(x)dx = \inf\{U(b)\} = \sup\{V(b)\}$, 其中 $U(x)$ 和 $V(x)$ 分别是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的上函数和下函数	$f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的佩龙积分值和勒贝格积分值相等
$(W)\int_a^b f(x)dx$	瓦尔德积分	Wald integral	$(W)\int_a^b f(x)dx = \sup_G(G(b)) - (G(a)) = \inf(H(b) - H(a))$, 其中 $H(x), G(x)$ 各为 $f(x)$ 的瓦尔德上、下函数	瓦尔德积分与佩龙积分等价

数学符号表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$(H) \int_a^b f(x) dx$	亨斯托克积分	Henstock integral	一种定积分,亨斯托克积分包括(R)积分,也包括(L)积分	
$(M) \int_a^b f(x) dx$	马克仙积分	Mcshane integral	一种定积分,马克仙积分与勒贝格积分等价	
$f_n \xrightarrow{L^p} f$	L^p 的强收敛	strong convergence in L^p	若 $f_n(x), f(x) \in L^p(E), (1 \leq p < +\infty, n = 1, 2, \dots)$, 且存在 $\ f_n - f\ _p \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$, 则称 $\{f_n(x)\}$ 强收敛于 $f(x)$	亦称按 L^p 范数收敛于 $f(x)$
$f_n \xrightarrow{W} f$	L^p 的弱收敛	weak convergence in L^p	若 $f_n(x), f(x) \in L^p(E), g(x) \in L^q(E), (1 < p, q < +\infty, n = 1, 2, \dots)$ 且 $1/p + 1/q = 1$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_E f_n(x)g(x)dx = \int_E f(x)g(x)dx$ 成立, 则称 $\{f_n(x)\}$ 弱收敛于 $f(x)$	
l^p	l^p 空间	l^p space	所有满足 $\ x\ _p = (\sum_{k=1}^{\infty} x_k ^p)^{1/p} < +\infty$ 的数列 x 组成之集	
l^∞	l^∞ 空间	l^∞ space	满足 $ x_n \leq M < +\infty (n = 1, 2, \dots)$ 的所有数列之集. x 的范数由 $\ x\ _\infty = \sup_n \{ x_n \}$ 定义	
$\Lambda(\psi)$	洛伦茨空间	Lorentz space	$\Lambda(\psi) = \{f \in S[0, 1] \mid \ f\ < +\infty\}$ 称为洛伦茨空间	
L_Φ	奥尔里奇空间	Orlicz space	所有使得 $\ f\ = \inf \left\{ \lambda > 0 \mid \int_{\mathbb{R}^n} \Phi(\lambda^{-1} f(t)) dt \leq 1 \right\} < +\infty$ 成立的 \mathbb{R} 上的可测函数 f 之集	
ent	拓扑熵	topological entropy	这是用于拓扑动力学中的一个概念	
$J_n^{(\alpha, \beta)}(x)$	雅可比多项式	Jacobi polynomials	$[-1, 1]$ 上关于权 $\omega(x) = (1-x)^\alpha(1+x)^\beta$ 的正交多项式 $J_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{1}{n! 2^n \omega(x) dx^n} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n \omega(x)]$ ($n = 1, 2, \dots$)	
$r_n(x)$	拉德马赫尔函数	Rademacher functions	$r_n(x) = \text{sig } n \sin 2^{n+1} x \quad (0 \leq x \leq 1, n = 1, 2, \dots)$	
$W_n(x)$	沃尔什函数	Walsh functions	$W_n = r_{k_1}(x)r_{k_2}(x)\dots r_{k_p}(x) \quad (0 \leq x \leq 1)$	
$B_n(f, x)$	伯恩斯坦多项式	Bernstein polynomial	$B_n(f, x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} f\left(\frac{k}{n}\right)$	亦称伯恩斯坦算子
$H_\epsilon(A)$	度量熵	metric entropy	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集, A 的 ϵ 覆盖 $\{U_k\}_{k=1}^n$, 令 $N_\epsilon(A) = \min n$, 则 $H_\epsilon(A) = \log N_\epsilon(A)$	
$H_\epsilon^X(A)$	A 关于 X 的熵	entropy of A with respect to X	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集, A 的 ϵ 网 $\{x_k\}_{k=1}^n$, 令 $P_\epsilon(A) = \min P$, 则 $H_\epsilon^X(A) = \log P_\epsilon(A)$	
$C_\epsilon(A)$	容量	capacity	设 A 是巴拿赫空间 X 的紧子集, A 的 $\epsilon\gamma$ 分离 $\{y_k\}_{k=1}^m$, 令 $M_\epsilon(A) = \max m$, 则 $H_\epsilon(A) = \log M_\epsilon(A)$	
L_n	勒贝格常数	Lebesgue constant	$L_n = \frac{4}{\pi^2} \log(n+1) + o(1)$	
$\text{deg}(\pi)$	分歧阶	ramification order	使 π 在 A_k 恒为 1 的最小整数 k	
PX	X 的子集簇	subsets of X	集合 X 的一切子集组成的集合	亦称幂集合
Δ	对称差	symmetric difference	$A\Delta B$ 的对称差指属于 A 但不属于 B , 或属于 B 但不属于 A 的一切元素组成的集合	
$P \cdot P \cdot P$	近乎处处	approximately everywhere	设 $P = P(x)$ 是一个与 x 无关的性质, 如果使 P 不成立的点全体所成之集 A 为零内容集, 则称 P 是近乎处处成立的	
$q \cdot P \cdot$	拟乎处处	quasi-everywhere	设 $P = P(x)$ 是一个与 x 无关的性质, 如果 A 为零内容集, 则称 P 是拟乎处处成立的	
$\text{cap}(G)$	χ 容量	χ -capacity	对于相对紧的开集 G , 记 $\text{cap}(G) = \int d\sigma_G$, 其中 σ_G 是由 $R_{\omega_G}^G = \chi^* \sigma_G$ 所确定的惟一测度	
U_K^μ	位势	potential	测度 μ 的 K 位势为 $U_K^\mu = \int_{\Omega} K(x, y) d\mu(y) \quad (x \in \Omega)$	
U_a^μ	里斯位势	Riesz potential	对于位势 U_K^μ , 当 $\Omega = R^n (n \geq 3), 0 < a < n, \kappa(x, y) = x - y ^{-a-n}$ 时, 称为里斯位势	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
U_g	牛顿位势	Newtonian potential	对于里斯位势 $\alpha = 2$ 时,称为牛顿位势	
(f, g)	内积	inter product	$(f, g) = \int_{\Omega} f(x)g(x)du(x)$	
σ	舒伯特符号	Schubert symbol	$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 表示 n 个整数组成的一个序列,其中 $1 \leq \sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_n \leq m$	
Lin E	线性包	linear hull	$\text{Lin } E = \{x x = \sum_{y \in E} \lambda_y y, \lambda_y \in R, \text{有限个不为零}\}$	Lin E 亦表示凸集 E 的支撑子空间
affe E	仿射包	affine hull	$\text{affe } E = \{x x = \sum_{y \in E} \lambda_y y, \lambda_y \in R, \text{有限个不为零}, \sum_{y \in E} \lambda_y = 1\}$	
cone E	锥包	cone hull	$\text{cone } E = \{x x = \lambda y, y \in E, \lambda > 0\} = \bigcup_{\lambda > 0} \lambda E$	
co E	凸包(凸集)	covex hull	$\text{co } E = \{x x = \sum_{y \in E} \lambda_y y, \lambda_y \in [0, 1], \text{有限个不为零}, \sum_{y \in E} \lambda_y = 1\}$	
clco E	闭凸包	closed convex hull	以 C 为内集的全体闭包凸集之交	
epif	上图	epigraph	$\text{epif} = \{(x, a) \in X \times R f(x) \leq a\}$	
K	核	kernel	$C \subset R^n, \forall y \in C, 0 \leq \lambda \leq 1$, 满足 $(1 - \lambda)x + \lambda y \in C$ 的全体 $x \in C$ 的集合称为 C 的核	
exp C	暴露点集	exposing point set	C 的全体暴露点的集合	
ext C	极点集	extreme point set	C 的全体极点的集合	
$f'(x; y)$	单边方向导数	one-side directional derivative	$f'(x; y) = \lim_{\lambda \downarrow 0} \frac{f(x + \lambda y) - f(x)}{\lambda}$	
$\partial f(x)$	次微分	subdifferential	$f(x)$ 在 X 的次梯度的全体	
$I_V(M)$	奇点的指标	index of critical points	V 的孤立奇点 M 沿曲线 C_r 的旋转数	
u. a. p.	一致概周期函数	uniformly almost periodic functions	设 $f(t, x) \in C(R \times D, E^n), S$ 是 D 的紧集, 若对任给序列 $\{a'_n\}$, 存在子序列 $\{a_n\} \subset \{a'_n\}$, 使 $T_{a_n} f(t, x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(t + a_n, x)$ 在 $R \times S$ 上一致地成立, 则称 $f(t, x)$ 是一致概周期函数, $x \in D$	
a. a. p.	渐进概周期函数	asymptotically almost periodic functions	如果 $\varphi(t)$ 有分解式 $\varphi(t) = p(t) + q(t)$, 其中 $p(t)$ 是 R 上的概周期函数, $q(t)$ 是定义在 R^+ (或 R^-) 上的连续函数, 当 $t \rightarrow +\infty$ 或 $(t \rightarrow -\infty)$ 时有 $q(t) \rightarrow 0$, 则称 $\varphi(t)$ 是 R^+ (或 R^-) 上的渐进概周期函数	
RFDE(f)	滞后型泛函微分方程	retarded function differential equation	$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t), x(t - h_1), \dots, x(t - h_m))$. (h_1, h_2, \dots, h_m 是正定数, $h_1 < h_2 < \dots < h_m$)	RFDE 是英文名中四个单词的第一个字母
H. S.	哈密顿系统	Hamilton's system	指形如 $\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}, \frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, H = H(p, q, t)$ 的一阶偏微分方程	亦称典型系统或正则系统
$\int_a^x a(s)ds$	反导数	antiderivative	表示 $a(x)$ 的反导数	

概率统计(Probability & Statistics)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
P, P_r	概率	probability	$P(E)$ 表示事件 E 的概率, $P_r(\xi)$ 表示事件 ξ 的概率	$P_{n,m}$ 表示在 n 次独立实验中出现 m 次事件的概率
$P(\cdot)$	条件概率	conditional probability	$P(A B)$ 表示发生了事件 B 的条件下, 事件 A 的概率	
E, M	期望(或均值)	expectation (or mean)	$E\xi, M\xi$ 表示随机变量 ξ 的期望(或均值)	亦可记为 $E(\xi), M(\xi)$
D, σ^2	方差	variance	$D\xi, \sigma^2\xi$ 表示随机变量 ξ 的方差	亦可记为 $D(\xi), \sigma^2(\xi), \text{Var}\xi$

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
cov	协方差	covariance	cov(ξ, η)表示随机变量 ξ 和 η 的协方差	或记为 $\sigma_{\xi, \eta}$
$E(\cdot), M(\cdot)$	条件期望 (或条件均值)	conditional expectation or conditional mean	$E(\xi y), M(\xi y)$ 表示随机变量 ξ 关于条件 y 的条件期望(或均值)	
ρ, r	相关系数	correlation coefficient	$\rho(\xi, \eta), \rho_{\xi, \eta}, r(\xi, \eta)$ 表示随机变量 ξ 和 η 的相关系数	在不致误会时,亦可记为 ρ 或 r
Ω	基本事件空间	elementary event space	Ω 是由 n 个基本事件 $\omega_i (i \in N)$ 构成的基本事件空间, 即 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$	
$F_n(\cdot)$	频率	frequency	频率 $F_n(A)$ 等于频数 $f_n(A)$ 与试验总次数 n 之比, 即 $F_n(A) = \frac{f_n(A)}{n}$	
$F(\cdot)$	条件分布函数	conditional distribution function	ξ 和 η 为随机变量, 则称 $F(y x)$ 为在 $\xi = x$ 条件下 η 的条件分布函数	
ν_k	k 阶原点矩	origin moment of the k -th order	ξ 的 k 阶原点矩 $\nu_k = E(\xi^k)$	
μ_k	k 阶中心矩	central moment of the k -th order	ξ 的 k 阶中心矩 $\mu_k = E(\xi - E\xi)^k$	
α_k	k 阶原点绝对矩	origin absolute moment of the k -th order	ξ 的 k 阶原点绝对矩 $\alpha_k = E \xi ^k$	
β_k	k 阶中心绝对矩	central absolute moment of the k -th order	ξ 的 k 阶中心绝对矩 $\beta_k = E \xi - E\xi ^k$	
$E(\cdot)$	混合矩	mixed moment	若 $E \xi^k \eta^l < \infty, k, l \in N$, 则称 $E(\xi^k \eta^l)$ 为 ξ 和 η 的 $k+l$ 阶混合矩	
$E[\cdot]$	中心混合矩	central mixed moment	若 $E(\xi - E\xi ^k \eta - E\eta ^l) < \infty$, 且 $k, l \in N$, 则称 $E[(\xi - E\xi)^k (\eta - E\eta)^l]$ 为 ξ 和 η 的 $k+l$ 阶中心混合矩	
$B(n, p)$	二项分布	binomial distribution	分布列为 $b(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ ($0 < p < 1, q = 1 - p, k = 0, 1, 2, \dots, n$)	
$NB(m, p)$	负二项分布	negative binomial distribution	密度函数为 $p_x = \Gamma(m+x) [\Gamma(m)x!]^{-1} p^m q^x$ (m 为整数, $0 < p < 1, q = 1 - p, x = 0, 1, 2, \dots$)	
$G(p)$ 或 $g(k; p)$	几何分布	geometric distribution	密度函数为 $p_x = p q^x$ ($0 < p < 1, q = 1 - p, x = 0, 1, 2, \dots$)	
$H(N, n, p)$	超几何分布	hypergeometric distribution	密度函数为 $p_x = \frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ (x 为整数, N, Np, n 为正整数, $N \geq n, 0 \leq x \leq Np, 0 \leq n-x \leq Nq, 0 < p < 1, q = 1 - p$)	
$M(n; p_1, \dots, p_{k+1})$	多维超几何分布	multiple hypergeometric distribution	密度函数为 $p_{x_i} = \frac{\binom{Np_1}{x_1} \dots \binom{Np_{k+1}}{x_{k+1}}}{\binom{N}{n}}$ ($i = 1, 2, \dots, k+1, x_1, x_2, \dots, x_{k+1}$ 是整数, $N, Np_1, \dots, Np_{k+1}, n$ 是正整数, $x_{k+1} = n - (x_1 + \dots + x_k), p_1 + p_2 + \dots + p_{k+1} > 0$)	
$P(\lambda)$ 或 $P(k; \lambda)$	泊松分布	Poisson distribution	分布列为 $p(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ($\lambda > 0, k = 0, 1, 2, \dots$)	
$U(a, b)$ 或 $U[a, b]$	均匀分布	uniform distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & (a \leq x \leq b), \\ 0 & \text{其他}, \end{cases}$ 其中 $a < b$ 为常数	
$N(\mu, \sigma^2)$	正态分布	normal distribution	密度函数为 $p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$, ($-\infty < x < +\infty, \sigma > 0, \mu$ 为常数)	亦称高斯分布
$C(\lambda, \mu)$	柯西分布	Cauchy distribution	密度函数为 $p(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{\lambda^2 + (x-\mu)^2}$, 其中 x 为实数, $\lambda > 0, \mu$ 为常数	
$\Gamma(\lambda, r)$	伽马分布	gamma distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-\lambda x} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 $r > 0, \lambda > 0$ 为常数	亦可记为 $G(\lambda, r)$

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$e(\lambda)$	指数分布	exponential distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0), \\ 0 & (x < 0), \end{cases}$ 其中 λ 为常数	亦可记为 $e(\mu, \sigma)$
$W(\lambda, \alpha)$	韦布尔分布	Weibull's distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \alpha \lambda x^{\alpha-1} \exp(-\lambda x^\alpha) & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 $\lambda > 0, \alpha > 0$ 为常数	
$\chi^2(n)$	χ^2 分布	Chi-square distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{x^{(n-2)/2} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma(\frac{n}{2})} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 n 为正整数	
$\text{Ln}(\mu, \sigma^2)$	对数正态分布	logarithmic normal distribution	密度函数为 $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 $\mu, \sigma > 0$ 为常数	
$t(n)$	学生分布	Student's distribution	密度函数为 $p(x) = \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$, 其中 n 为正整数	亦称 t 分布
$F(n_1, n_2)$	F 分布	F -distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{x^{\frac{n_1}{2}-1} n_1^{\frac{n_1}{2}} n_2^{\frac{n_2}{2}} (n_2 + n_1 x)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}}{B(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2})} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 n_1, n_2 为正整数	
$E(\alpha, \beta)$	极值分布	extremal distribution	密度函数为 $p(x) = \frac{1}{\beta} \exp\left\{\exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right) - \frac{x-\alpha}{\beta}\right\}$, 其中 x, α 均为实数, β 为常数	
$\chi^2(n, \lambda)$	非中心 χ^2 分布	non-central chi-square distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{\exp\left\{-\left(\frac{x+\lambda}{2}\right)\right\}}{2^{n/2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^{\frac{n}{2}+j-1} \lambda^j}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+j\right) 2^{2j} j!} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 n 为自由度; $\lambda > 0$ 为非中心参数	
$t(n, \delta)$	非中心 t 分布	non-central t -distribution	密度函数为 $p(x) = \frac{n^{n/2} \exp(-\delta^2/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (n+x^2)^{(n+1)/2} m^{-n}} \sum_{m=0}^{\infty} \Gamma\left(\frac{n+m-1}{2}\right) \left(\frac{\delta}{m}\right) \left(\frac{2x^2}{2+x^2}\right)^{\frac{n}{2}}$, 其中 n 为自由度, δ 为实数, 且是非中心参数	
$F(m, n; \lambda)$	非中心 F 分布	non-central F -distribution	密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{m^{\frac{m}{2}} n^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} e^{-\frac{\lambda}{2} x \frac{m}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda m x}{2}\right)^k \Gamma\left(\frac{m+n}{2}+k\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}+k\right) k! (m+n)^{\frac{m+n}{2}+k}} & (x > 0), \\ 0 & (x \leq 0), \end{cases}$ 其中 m, n 为二自由度, λ 为非中心参数	
$X_1^{(n)}$	最小顺序统计量	smallest order statistics	$X_1^{(n)} = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ 表示样本观察值中最小者	
$X_n^{(n)}$	最大顺序统计量	largest order statistics	$X_n^{(n)} = \max_{1 \leq i \leq n} X_i$ 表示样本观察值中最大者	
\bar{x}	样本均值	sample mean	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_n(x)$	
s^2	样本方差	sample variance	$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 dF_n(x)$	
a_k	样本 k 阶原点矩	sample origin moment of the k -th order	$a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF_n(x) \quad (k = 2, 3, \dots)$	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
b_k	样本 k 阶中心矩	sample central moment of the k -th order	$b_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^k dF_n(x)$ ($k = 2, 3, \dots$)	
μ	总体均值	population mean	$\mu = E(X)$	
σ^2	总体方差	population variance	$\sigma^2 = D(X) = E(X - \mu)^2$	
a_k	总体 k 阶原点矩	population origin moment of the k -th order	$a_k = E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF(x)$	
μ_k	总体 k 阶中心矩	population central moment of the k -th order	$\mu_k = E(X - \mu)^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k dF(x)$	
Md	样本中位数	sample median	$\text{Md}X = \begin{cases} X_{k+1}, & \text{若 } n=2k+1, \\ (X_k + X_{k+1})/2, & \text{若 } n=2k \end{cases}$	亦可用 \bar{X} 表示
Sk	样本偏度	sample skewness	样本三阶中心矩除以样本二阶中心矩的 $3/2$ 次幂的商, 即 $\text{Sk} = \frac{b_3}{(b_2)^{3/2}}$	亦称样本偏态或偏态系数
Kur	样本峰度	sample kurtosis	样本四阶中心矩除以样本二阶中心矩的平方再减去 3, 即 $\text{Kur} = \frac{b_4}{(b_2)^2} - 3$	亦称样本峭度
df, f	自由度	degree of freedom	df_A, f_A 表示因素 A 的自由度	
$E_x(s)$	特征函数	characteristic	函数 e^{isX} 的数学期望, 即 $E_x(s) = M[e^{isX}]$	
$H[x]$	熵	entropy	离散型随机变量 x 的熵 $H[x] = -\sum_{i=1}^n P_i \log_a P_i$; 连续型随机变量 x 的熵 $H[x] = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log_a f(x) dx$	
$f(k; r, p)$	帕斯卡分布式	Pascal distribution	分布函数为 $f(k; r, p) = C_{k-1}^{r-1} p^r q^{k-r} \quad (k = r, r+1, \dots)$	
P_i 或 P_j	边缘概率	boundary probability	离散型随机变量的边缘概率分布式为 $P_i = \sum_j P_{ij}, \quad P_j = \sum_i P_{ij}$	
$N(\mu, \Sigma)$ 或 $N_n(\mu, \Sigma)$	多维正态分布	normal distribution	N 维正态分布的密度函数为 $\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{ \Sigma }} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu)\Sigma^{-1}(x - \mu)\right\} (x \in \mathbb{R}^n)$	
S_n^*	S_n 的标准化	standardization of S	$S_n^* = \sum_{k=1}^n (X_k - a_k) / S_n$	
ω	样本点	sample point	随机试验的每一个可能的结果	亦称基本事件
ϕ	不可能事件	non-probability event	随机试验不可能发生的结果	
E^n	伯努利试验	Bernoulli trials	随机试验 E 只有两个可能的结果, 并且其概率为 p, q , 其中 $q = 1 - p$, 把 E 独立地重复 n 次试验构成了一个试验	亦称伯努利概型
$\sigma\xi$	标准差	root-mean square deviation	方差的平方根	亦称根方差
CL	中线	middle line	表示控制图中中线	
UCL	上控制线	upper control linear	表示控制图中上控制线	
LCL	下控制线	lower control linear	表示控制图中下控制线	
$(n C)$	抽检方案	sampling inspection plan	表示子样的容量为 n 和允许的不合格数为 C	
T	寿命	longevity	对任一特定个体(产品或生命体), 从某个标准时间起在规定的时间内失效(或死亡)	
$R(t)$	可靠度	reliability	产品在规定的条件下, 规定的时间内, 完成规定功能的概率	
ρ_r	可靠寿命	reliability life	使可靠度等于给定值 r 的时间	$\rho_{0.5}$ 称为中位寿命
$\lambda(t)$	失效率	failure rate	产品工作到 t 时刻后单位时间内发生失效的概率	
MTBF	平均无故障工作时间	mean time between failures	平均寿命对可修复产品	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
MTTF	失效前的平均工作时间	worked mean time before failure	平均寿命对不可修复产品	
PDF	概率分布函数	probability distribution function	$F(x) = P(\xi(\omega) < x), x \in (-\infty, +\infty)$	简称分布函数
MLE	极大似然估计	maximum likelihood estimate	使似然函数 $L(\rho)$ 达到极大值的参数 P	
$\hat{\theta}$	估计量	estimator	当区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ 以某一指定的概率包含 θ 时, 称 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ 为函数 θ 的区间估计	
R	样本极差	sample range	$R = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} - \min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示取样本中最大值与最小值之差	亦称样本范围, 又称样本全距
H_0	原假设	null hypothesis	假设检验中, 对有关总体需要作出判断的待检验的命题的假设	亦称零假设
H_1, H_a	备择假设	alternative hypothesis	假设检验中, 异于原假设的另一假设	亦称择一假设
u, λ, t	临界值	critical value	$u_\alpha, \lambda_\alpha, t_\alpha$ 表示置信度为 α 的临界值	
Q	离差平方和	sum of squares of deviations	总离差平方和 $Q = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2$; 组内离差平方和 $Q_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$; 组间离差平方和 $Q_2 = n \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2$; 因素 A 的离差平方和 $Q_A = n \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2$; 误差平方和 $Q_E = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2$	
*	显著性标记	significance marked	* 表示作用显著. ** 表示作用高度显著	
\times	交互作用	interaction	$A \times B$ 表示因素 A, B 的交互作用	
$L(\)$	正交表示标记	orthogonal layout marked	$L_4(2^3)$ 表示二水平三因素, 需作四次试验的正交表示	
vec	列拉直算子	operator of according to columns draw line	将矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 中的元按列依次拉直排序, 即 $\text{vec}(A) = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}, a_{12}, a_{22}, \dots, a_{n2}, \dots, a_{nm})$	
ran	行拉直算子	operator of according to rows draw line	将矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 中的元按行依次拉直排序, 即 $\text{ran}(A) = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2m}, \dots, a_{nm})$	

应用数学 (Applied mathematics)

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
\underline{A}	模糊子集	fuzzy subset	$\underline{A} = \{x, \mu_{\underline{A}}(x) x \in X\}$, 其中集 X 为论域, $\forall x \in X, \mu_{\underline{A}}(x) \in [0, 1]$ 是模糊子集 \underline{A} 的隶属函数	亦称模糊集、弗晰集、不分明集、乏晰集等
\vee	模糊子集的上确界	supremum of fuzzy subset	若 $\{a_t t \in T\}$ 是实数集, 则 $\vee_{t \in T} a_t = \sup\{a_t t \in T\}$	
\wedge	模糊子集的下确界	infimum of fuzzy subset	若 $\{a_t t \in T\}$ 是实数集, 则 $\wedge_{t \in T} a_t = \inf\{a_t t \in T\}$	
$\overset{\wedge}{+}$	代数加	algebraic sum	$\mu_{\underline{A} \overset{\wedge}{+} \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x) \overset{\wedge}{+} \mu_{\underline{B}}(x)$ $= \mu_{\underline{A}}(x) + \mu_{\underline{B}}(x) - \mu_{\underline{A}}(x)\mu_{\underline{B}}(x)$	
\cdot	代数积	algebraic product	$\mu_{\underline{A} \cdot \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x) \cdot \mu_{\underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x)\mu_{\underline{B}}(x)$	
\oplus	有界和	bounded sum	$a \oplus b = \min(a+b, 1)$, 式中 $a, b \in [0, 1]$	$\gamma \geq 0, p > 0$
\otimes	有界积	bounded product	$a \otimes b = \max(a+b-1, 0)$, 式中 $a, b \in [0, 1]$	$\gamma \geq 0, p > 0$
$\overset{\dagger}{\dot{+}}$	爱因斯坦和	Einstein's sum	$a \overset{\dagger}{\dot{+}} b = \frac{ab}{1+ab}$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, p > 0$
$\overset{\ddagger}{\dot{+}}$	爱因斯坦积	Einstein's product	$a \overset{\ddagger}{\dot{+}} b = \frac{ab}{1+(1-a)(1-b)}$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, p > 0$

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\dot{\gamma}$	伽玛和	gamma sum	$a \dot{\gamma} b = \frac{a \wedge b - (1-\gamma)ab}{\gamma - (1-\gamma)(1-ab)}$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, \rho > 0$
$\dot{\gamma}$	伽玛积	gamma product	$a \dot{\gamma} b = \frac{ab}{\gamma + (1-\gamma)(a \wedge b)}$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, \rho > 0$
$\dot{\rho}$	雅格和	Yager sum	$a \dot{\rho} b = \min(1, (a^\rho + b^\rho)^{1/\rho})$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, \rho > 0$
$\dot{\rho}$	雅格积	Yager product	$a \dot{\rho} b = 1 - \min(1, ((1-a)^\rho + (1-b)^\rho)^{1/\rho})$	式中 $a, b \in [0, 1]$, $\gamma \geq 0, \rho > 0$
\sqcup	取大运算	operation of fetch large	$m \sqcup n = \int_R \mu_m(x) \wedge \mu_n(y) / x \vee y$, m, n 分别表示模糊数, 即 $m = \int_R \mu_m(x) / x$, $n = \int_R \mu_n(x) / y$	
\sqcap	取小运算	operation of fetch small	$m \sqcap n = \int_R \mu_m(x) \vee \mu_n(y) / x \wedge y$	
\neg	减法运算	operation of subtraction	$\neg m = \int_R \mu_m(x) / (1-x)$	
\mapsto	模糊映射	fuzzy mapping	$f: X \mapsto Y$ 表示从 X 到 Y 的模糊函数	不同的场合中, 模糊函数常有不同的定义
\ominus	有界差	bounded difference	$(A \ominus B)(x) = \max\{0, A(x) - B(x)\}$	
\leq	小于等于的放宽	relax restrictions of less or equal	$Ax \leq b (x \geq 0)$ 表示约束条件 $Ax \leq b, x \geq 0$ 的软化	
D_{fix}	不动度	fixed degree	$D_{\text{fix}}(x, F) = \alpha$, 表示 x 关于模糊映射 $F: X \rightarrow w(X)$ 的不动度为 α , $\mathcal{F}(X)$ 表示 X 上所有模糊数组成的集	
e^*	绝对误差	absolute error	$e^* = x^* - x$, 式中 x 表示精确值, x^* 为 x 的近似值	常简称误差
e^*	误差限	limit of approximate value	$ x^* < \varepsilon^*$, 式中 x^* 为 x 的近似值, ε^* 为近似值 x^* 的误差限	
e_r^*	相对误差	relative error	$e_r^* = \frac{e^*}{x^*}$, 式中 x 表示精确值, e^* 表示 x 的绝对误差, e_r^* 表示相对误差, 它表示误差 e^* 关于近似值 x^* 的近似程度	
ε_r^*	相对误差限	limit of relative error	$ e_r^* < \varepsilon_r^*$, 式中 e_r^* 表示相对误差	
δ	最大相对误差	maximal relation error	$ e_r^* = \frac{ e^* }{ x^* } \leq \delta$, 式中 x^* 表示近似值, e^* 和 e_r^* 分别表示绝对误差和相对误差, 取不等式成立的最小数 δ 为最大相对误差	
σ	标准误差	standard error	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$, 式中 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 为误差平方和	
η	平均误差	mean error	$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} }{n}$, 式中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 是算术平均值	
v_i	离差	dispersion	$v_i = x_i - \bar{x} \quad (i=1, 2, \dots, n)$	
ν	概率误差	probabilistic error	$P(\alpha \leq \nu) = 1/2$ 表示数 α 的绝对值大于它的误差和小于它的误差出现的可能性一样大	
PS	多项式组	polynomial set	PS 表示由有限个非零多项式构成的集合	
Zero(\cdot)	多项式的公共零点集	zero points set of polynomials	Zero (PS) 表示多项式组 PS 中的多项式的公共零点集	
Res	结式	resultant	$\text{Res}(p, q, x) = a_n^k b_k \cdot \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (\alpha_i - \beta_j)$. 式中 α_i, β_j 分别是多项式 $p(x)$ 和 $q(x)$ 的根, a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_k 分别为 $p(x)$ 和 $q(x)$ 的系数	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
$\bar{\cup}$	合一运算	unification	$a\bar{\cup}b=a$, 式中 a, b 均为原子, 当且仅当 $a=b$ 时成立, 否则 $a\bar{\cup}b$ 为空, 集合论中的并运算是合一运算的特殊情况.	当原子不可分解时, 合一的结果等于并集
R	冗余度	redundancy	$R=1-\frac{H_\infty}{H_0}$, 式中 R 表示语言的冗余度, H_∞ 是极限熵, H_0 是语言成分等概率不相关时的熵	亦称冗余度
$E_t^{(p)}$	p 次指数平滑值	exponential smoothing value of pth	$E_t^{(p)} = \alpha \sum_{i=1}^p (1-\alpha)^{i-1} E_{t-i}^{(1)}$ ($p=2, 3, \dots$), 其中 $\alpha(1-\alpha)^i$ ($i=0, 1, 2, \dots$) 为当期序列值的影响权重, α 的一般范围在区间 $[0.1, 0.5]$ 内, 适当选取 α 的值是保证预测的关键	当 $p=1$ 时即为一次指数平滑值 $E_t^{(1)}$
$\omega_t^{(p)}$	p 次加权平滑值	weight smoothing value of pth	$\omega_t^{(p)} = \alpha_0 \sum_{i=1}^p d_i \omega_{t-i}^{(1)}$ ($t=\dots, -1, 0, 1, \dots, T$), 其中 α_i ($i=0, 1, 2, \dots$) 为当期序列值的影响权重, $\alpha \in [0.1, 0.5]$	当 $p=1$ 时为一加权平滑值
VIF	协方差扩大因子	amplification factor of covariance	$VIF(\beta_i) = \frac{1}{1-R^2}$, 式中 β_i 为线性回归模型 $y=X\beta+\varepsilon$ 中 X 的第 i 个消费者预算参数 β_i 的估计值, R 为 X 的多重相关系数	
$r_u(x)$	风险厌恶度量	risk aversion measure	$r_u(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$, 式中 u 为消费者的效用函数, 自变量 x 可理解为收入	亦称 Arrow-Pratt 风险厌恶度量
S	价格单纯形	price simplex	$S = \{p \in R^l p_k \geq 0, \sum_{k=1}^l p_k = 1\}$, 式中 R^l 是商品空间, p 表示价格向量	
β_i	预算映射	budget mapping	$\beta_i(p) = \{x \in X_i p \cdot x \leq p \cdot e_i + \sum_{j=1}^n \theta_{ij} \pi_j(p)\}$, 式中 $\beta_i(p)$ 和 X_i 分别表示第 i 个消费者的预算映射和消费集, π_j 是第 j 个生产者的利润函数	
a_{ij}	直接消耗系数	direct consumption coefficient	$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$ ($i, j=1, 2, \dots, n$), x_{ij} 表示第 i, j 两个部门的流量, x_j 表示第 j 个部门的总产品量	
b_{ij}	完全消耗系数	total consumption coefficient	$b_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^n a_{ik} a_{kj} + \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{is} a_{sk} a_{kj} + \sum_{t=1}^n \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{it} a_{ts} a_{sk} a_{kj} + \dots$ ($i, j=1, 2, \dots, n$), 式中 a_{ij} 是直接消耗系数, b_{ij} 表示第 j 个产品部门对第 i 种产品的完全消耗系数	
c_{ij}	完全需求系数	total demand coefficient	$c_{ii} = 1 + b_{ij} c_{ij} - b_{ij}$ ($i \neq j$), 表示产品部门提供单位最终产品对所有产品部门产品的需求量, b_{ij} 表示第 i, j 两个产品部门之间的完全消耗系数, c_{ij} 表示第 j 个产品部门产出单位最终产品对第 i 个产品部门的需求量	
d_{ij}	投资系数	investment coefficient	动态投入产出模型中常用的统计指标, $d_{ij} = \frac{k_{ij}^t}{x_j^{t+1} - x_j^t}$, 表示在 $t+1$ 时第 j ($j=1, 2, \dots, n$) 部门增加单位产品需要第 i 投资部门在时间 t 供给第 j 部门产品的数量, k_{ij}^t 表示 t 时 i 投资部门供给 j 部门产品总量, x_j^t 表示 j 部门 t 时的产品总量	
$L_{\text{项}}$	时滞	time lag	$L_{\text{项}} = [\alpha_1(n-0.5) + \alpha_2(n-1.5) + \dots + \alpha_n \cdot 0.5]/100$ 为项目投资时滞, 其中 α_i 为第 i 年投资占总投资的比重, n 为建设周期	
$L_{\text{年}}$	时滞	time lag	$L_{\text{年}} = \sum_{i=1}^n I_i n_i / \sum_{i=1}^n I_i$ 为全年总投资时滞, 式中 I_i 分配到 i 部门的投资, n_i 为 i 部门以外为单位的时滞	
ε	应变张量	strain tensor	$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ ($i, j=1, 2, 3$), x_i, x_j 表示应变张量分量, u_i, u_j 表示位移分量	
k	高斯常数	Gauss constant	$k \approx 0.017\ 202\ 098\ 95$	
\triangle	专用等号	symbol for special use	$a \oplus b \triangleq \max\{a, b\}$; $a \otimes b \triangleq a + b$ 表示极大代数中加法和乘法的定义	

数 学 符 号 表

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
Tayl	尾部	tail	$f = J^k f + \text{Tayl } f$, 式中 $J^k f$ 是 f 在原点的泰勒展开式中保留 k 阶以下的多项式部分, 截去的部分称为 f 的尾部, 记为 $\text{Tayl } f$	
#()	袋	bag	#(x, B) 表示元素 x 在袋 B 中出现的次数. $\forall x \in B, 0 \leq \#(x, B) \leq 1$ 时, 袋 B 就蜕化为普通集合 B	
$W(s)$	传递函数	transfer function	$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)}$, 式中 $Y(s), U(s)$ 分别为输出量和输入量的拉普拉斯变换式, $Q(s), P(s)$ 分别为 $W(s)$ 的分子、分母多项式	
cond	条件数	condition number	称 $\text{cond } G = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \geq 1$ 为矩阵 G 的条件数, $\text{cond } G$ 越大, 矩阵 G 越趋于欠秩	
diag	对角元	diagonal element	设 $S = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p)$, 则称 $\sigma_i (i=1, 2, \dots, p)$ 为对角矩阵 S 的对角元	
blockdiag	块对角元	block diagonal element	设 $X = \text{block diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_2, \dots, \Delta_r, \dots, \Delta_r)$, 其中 Δ_i 为 k_i 阶方阵, 则称 Δ_i 为块对角矩阵的块对角元	
$\arg(\cdot)$	相角	phase angle	$\arg(g(j\omega))$ 称为相角, 其中 $g(j\omega)$ 为 $m \times n$ 阶复阵函数, j 为虚数单位	
$\text{conv}(\cdot)$	凸包	convex hull	$\text{conv } f(j\omega, \Gamma) = \text{conv } f(j\omega, \Gamma_0)$, 式中 $\text{conv}(\cdot)$ 表示 \mathbb{R}^2 上的凸包, $\omega \in \mathbb{R}, j$ 为虚数单位, $\Gamma_0 \triangleq \{\nu \nu_i = 0, 1; i=1, 2, \dots, m\}$ 为 $\nu_i (i=1, 2, \dots, m)$ 中的多仿射函数	
\asymp	等序关系	equals order relation	若 z_1, z_2 为两个非零复数, 且 $\frac{z_2}{z_1} \neq 0$, 则记为 $z_1 \asymp z_2$	
ess sup	本质上确界	essential supremum	$\text{ess sup } \sigma(G(j\omega))$ 表示 $m \times n$ 阶复矩阵值函数 $G(j\omega)$ 的本质上确界, 即除去 ω 的一个零测子集后的上确界	
s. t	约束条件	constraint condition	$\max f = \sum_{j=1}^n c_j x_j,$ $\text{s. t } \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i & (i=1, 2, \dots, m), \\ x_j \geq 0 & (j=1, 2, \dots, n), \end{cases} \quad (*)$ 目标函数 $\max f$ 必须满足 (*) 中的条件	
$\stackrel{L}{>}$	字典序	lexicographical order	$V \stackrel{L}{>} 0$ 表示字典式为正的; $V \stackrel{L}{<} 0$ 表示字典式为负的; Lex min 表示字典式最小	$V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 是 n 维向量空间的向量
$\underline{\delta}_B$	下特征数	low characteristic number	$\underline{\delta}_B = \begin{cases} \max \left\{ -\frac{\lambda_j}{\lambda_j^*} \mid \lambda_j^* < 0 \right\} & (\exists \lambda_j^* < 0), \\ -\infty & (\bar{\exists} \lambda_j^* < 0), \end{cases}$ $\underline{\delta}_B$ 称为基 B 的下特征数, λ_j, λ_j^* 为检验数	
$\bar{\delta}_B$	上特征数	above characteristic number	$\bar{\delta}_B = \begin{cases} \min \left\{ -\frac{\lambda_j}{\lambda_j^*} \mid \lambda_j^* > 0 \right\}, & \exists \lambda_j^* > 0, \\ +\infty, & \bar{\exists} \lambda_j^* > 0, \end{cases}$ $\bar{\delta}_B$ 称为基 B 的上特征数, λ_j, λ_j^* 为检验数	
\gg	等级标志关系	relation of order mark	$p_i \gg p_j$ 表示在一个单目标函数 $\min f = p_1 f_1 + p_2 f_2 + \dots + p_l f_l$ 中, p_1, p_2, \dots, p_l 为等级标志关系	
$P(\cdot)$	策略	policy	P 表示最优策略, $P_{k,n}(x_k)$ 表示最优子策略, 是初始状态为 x_k 的后部子过程所有子策略中最优者	
opt	最优值	optimum value	$\text{opt } v_{k,n}[x_k, P_{k,n}(x_k)]$ 表示指标函数 $v_{k,n}$ 的最优值, $P_{k,n}$ 表示子策略是从第 k 段开始到终点过程的策略	
pos	正线性组合集	set of positive linear combination	$\text{pos } A = \{\alpha \mid \alpha \in \mathbb{R}^m, \alpha = \sum_{j=1}^n \beta_j A_j, \beta_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n\}$ 表示由矩阵 A 的各列的正线性组合组成的集合	
epi	上图	epigraph	$\text{epi } f = \{(x, \alpha) \mid \alpha \geq f(x)\}$ 表示函数 $f(x) (x \in \mathbb{R}^n)$ 的上图, 若给定 $\text{epi } f$, 则 $f(x) = \min\{\alpha \mid (x, \alpha) \in \text{epi } f\}$	
/	排队记法	queueing notation	$X/Y/Z/C$ 为排队记法, 其中 X, Y, Z, C 的意义依次为: 1. 相继到达间隔时间的分布; 2. 服务时间的分布; 3. 服务台的数目; 4. 允许的顾客容量	

符号	中文名称	英文名称	意义或举例	备注
L_s	队长期望值	team length expected value	$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的队长期望值, ρ 为服务强度, 即服务台平均利用率	
L_q	队列期望值	queueing length expected value	$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)P_n = L_s - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\rho\lambda}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的队列期望值, ρ 为服务强度, 即服务台平均利用率	
W_s	逗留时间期望值	expected value of staying time	$W_s = E[W] = \frac{1}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的逗留时间期望值	
W_q	等待时间期望值	expected value of waiting time	$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu-\lambda}$ 表示标准的 $M/M/1$ 模型的等待时间期望值	
G	对策	games	对策 $G = (S_1, S_2, A)$, 其中 $S_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ 表示局中人 I 的纯策略集合, $S_2 = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ 表示局中人 II 的纯策略集合. $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 表示支付(赢得)矩阵	
V_G	对策值	games value	$V_G = \max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij}$ 称为对策 $G = \{S_1, S_2, A\}$ 的值	
T_e	噪声温度	noise temperature	$T_e = \frac{N}{kB}(k)$, 其中 N 为噪声功率, k 为玻耳兹曼常数, B 为频带宽度(Hz)	
γ	传播常数	propagation constant	$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z_1 r_1}$, 其中 α 表示衰减常数(Np/m, dB/M), β 表示相移常数(rad/m)	
L_t	传输损耗	loss of transmission	$L_t = 32.45 + 20\lg f + 20\lg d + A - G_t - G_r$, 式中 f 为工作频率(MHz), d 为传输距离(km), A 为电路衰减(dB), G_t, G_r 分别为发射天线与接收天线的增益(dB)	
C	信道容量	channel capacity	$C = \max_{P(x)} I(x; y)$, 其中 $P(x)$ 为输入符号概率(或概率密度), $I(x; y)$ 为互信息量	
$R(D^*)$	信源率失真函数	source rate distortional function	$R(D^*) = \min\{I(u; v)\}, P(v_j u_j) \in B_D$, 其中 D^* 为信源的允许平均失真度, $I(u; v)$ 为平均互信息量	
I_A	自信息量	self-information	$I_A = \log \frac{1}{P(A)} = -\log P(A)$, 式中 $P(A)$ 为随机事件 A 发生的概率, I_A 表示 A 的自信息量	
$I(x; y)$	互信息量	mutual information	$I(x; y) = \log \frac{P(x y)}{P(x)}$, 式中 y 表示收到的消息, x 表示收到消息的某事件的信息量	
$I(X; Y)$	平均互信息量	average mutual information	$I(X; Y) = H(X) - H(X Y)$, 其中 $H(X)$ 代表接收到输出符号集 Y 以前关于输入符号集 X 的平均不确定性; $H(X Y)$ 代表接收到输出符号集 Y 后关于输入符号集 X 的平均不确定性	
\oplus	逻辑导式运算符	operational symbol of logical derived rule	$D(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \oplus \beta_i)$, 式中 α_i, β_i 表示长度为 n 的二进制序列码元, $\alpha_i \oplus \beta_i$ 是二进制码元相加. $D(\alpha, \beta)$ 表示 α, β 对应位置上码元取值不同的个数	
\otimes	周期卷积	periodic convolution	$\tilde{x}_1(n) \otimes \tilde{x}_2(n)$, 式中 $\tilde{x}_1(n)$ 和 $\tilde{x}_2(n)$ 表示周期长度	
\circledast	循环卷积	circular convolution	$\tilde{x}_1(n) \circledast \tilde{x}_2(n)$	

撰 稿 王怀安 刘宝康 杨子胥 杨德平
段 方 郝拉娣 阎崇正
审 定 李志深 陈惠津 阎崇正